

ПРИДНІПРОВСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ФІЗИЧНОЇ КУЛЬТУРИ І СПОРТУ

Суріков В.Є.

Рішення задач з біомеханіки

Навчальний посібник для аудиторної і самостійної
роботи студентів

Дніпро – 2017

УДК [7А.06]

Суріков В.Є. Рішення задач з біомеханіки. – Дніпро: Придніпровська державна академія фізичної культури і спорту, 2017. – 63 с.

Рецензент: Яримбаш Ксенія Сергіївна, к.п.н., доцент кафедри теорії та методики спортивної підготовки Дніпропетровського державного інституту фізичної культури і спорту

Курс біомеханіки спорту має за мету ознайомлення студентів з загальними основами біомеханіки як науки про рухи людини і дати необхідні відомості про біомеханічне обґрунтування фізичних вправ. Логічно витікає, що вивчення механіки студентами учбових закладів фізичної культури повинне було б привести до уміння вирішувати завдання, що виникають при розгляді спортивної діяльності людини, дій виконуваних людиною, як багатоланковим механізмом.

Посібник містить методичні вказівки до виконання лабораторного практикуму і розрахунково-графічних робіт з курсу “Біомеханіка”. Виконання даних робіт повинно дозволити набути студентам практичних навиків з застосування теоретичних знань, набутих у ході прослуховування лекційного курсу. На жаль, в учбовій літературі з фізичної культури і спорту немає прикладів і завдань, які бажані могли б реалізувати в практиці своєї повсякденної роботи.

Виходячи з того, що студенти повинні володіти знаннями в об’ємі середньої школи, у посібнику матеріали з механіки розглядаються лише у межах, необхідних для виконання лабораторних і розрахунково-графічних робіт.

Метою даного навчального посібника є створення керівництва для рішення задач з біомеханіки, які зустрічають на практиці. Представлено збірку завдань, які відносяться до деяких розділів біомеханіки спорту, і пояснень по їх рішенню. Виконання цих завдань сприятиме більш грамотному осмисленню явищ, що відбуваються при зміні положень тіла людини, формуванні рухової активності і взаємозв'язків між силовими діями в системі спортсмен – навколишнє середовище, явищ і закономірностей енергетичного обміну та ін.

Навчальний посібник повинен полегшити студентам другого курсу інституту вивчення теорії і дати їм навиків у вирішенні завдань з біомеханіки спорту при самостійній роботі і підготовці до екзаменів.

Навчальний посібник для аудиторної і самостійної роботи студентів затверджено на засіданні кафедри анатомії, біомеханіки і спортивної метрології

(протокол № 14 від 14.06.2017 р.),

Рекомендовано до друку Науково-методичною радою Придніпровської державної академії фізичної культури і спорту

(протокол № від 2017 р.).

1. В с т у п

Основною задачею біомеханіки фізичних вправ є оцінка ефективності прикладення сил для більш довершеного досягнення поставленої мети. Рішення цієї задачі обумовлене повнотою і коректністю відповідей на питання: яка будова, властивості і рухові функції тіла спортсмена. Якою є спортивна техніка, яким чином повинен здійснюватися процес технічного удосконалення спортсмена? Найбільш змістовні відповіді на ці питання можуть бути отримані в рамках біомеханіки. Її метою є обґрунтування, розрахунок і реалізація технології формування рухових дій, що забезпечують досягнення запланованих результатів. При цьому у якості точки відліку беруть запланований результат і технології будують виходячи із розрахованих або зареєстрованих величин діючих сил, лінійних та кутових швидкостей і прискорень. Цим вимогам задовольняють розрахункові методи, основані на використанні фізичних закономірностей і статистичних даних про геометрію мас тіла людини.

Механіку, як розділ фізики, вивчають вже в 7-му класі середньої школи. До вивчення повертаються в 9-му класі. У інститутах і коледжах фізичної культури студентам викладається курс біомеханіки. Логічно витікає, що вивчення механіки студентами учбових закладів фізичної культури повинне було б привести до уміння вирішувати завдання, що виникають при розгляді спортивної діяльності людини, дій виконуваних людиною, як багатоланковим механізмом.

Навчальні посібники "Біомеханіка" (автори Зациорський В.М. і Донський Д.Д., Уткін В.Л. "Біомеханіка фізичних вправ", Бочаров А.Ф. "Практикум по біомеханіки", Лапутін А.Н. "Біомеханіка спорту" і інші не ставлять за мету навчити читача методам вирішення практичних задач. На жаль, в книгах з фі-

зичної культури немає прикладів і завдань, які бажали могли б реалізувати в практиці своєї повсякденної роботи.

Метою даного методичного посібника є створення керівництва з рішенням практичних задач. У посібнику представлено збірку завдань, які відносяться до основних розділів біомеханіки спорту, і пояснень по їх рішенням. Приведені роботи охоплюють практично всі основні питання біомеханіки спорту. При цьому для вирішення простих завдань досить мати навик роботи з калькулятором, складніші завдання вимагають умінь програмування і навиків роботи на комп'ютері. Використання своїх росто-вагових даних дозволяє студентам одержувати близькі до реального результату при дослідженні різних рухових дій.

Особливістю даного практикуму є те, що весь комплекс робіт студент виконує практично для себе, одержуючи до закінчення вивчення курсу теоретичні відомості з біомеханіки і практичні приклади їх застосування.

Структура робіт, що входять у даний практикум, наступна:

- короткі теоретичні відомості;
- порядок виконання роботи;
- приклад виконання роботи.

Методичні вказівки повинні полегшити студентам вивчення теорії і дати їм навик у вирішенні задач, що виникають у біомеханіці спорту.

Даний практикум підготовлений відповідно до програми курсу "Біомеханіка". При його розробці були використані рукописні матеріали по проведенню практичних занять з біомеханіки на кафедрі анатомії, біомеханіки і спортивної метрології ДДІФКіС.

2. Біомеханічні характеристики спортивних рухів

Перерахуємо в ієрархічній послідовності і розкриємо зміст основних понять біомеханіки як науки про закони механічного руху людини.

Спортивна біомеханіка вивчає рухи, спостережувані при виконанні фізичних вправ.

Біомеханічні характеристики – це міри механічного стану біологічної системи (людини). Під механічним станом розуміють стан спокою або руху всієї біологічної системи або її елементів.

За допомогою розглянутих понять і визначень представлена механічна суть вказаних рухів. Ця суть полягає в тому, що закони механіки справедливі для будь-яких об'єктів, зокрема для об'єктів живої природи. Отже, застосовуючи терміни і поняття механічної суті рухів до біологічних систем, можна вивчати причинно-наслідкові зв'язки і прийоми формування тренувальних і змагань вправ.

Освоєння приведених понять сприяє більш грамотному осмисленню явищ, що відбуваються при зміні положень тіла людини, формуванні рухової активності і взаємозв'язків між силовими діями в системі спортсмен - навколишнє середовище, явищ і закономірностей енергетичного обміну та ін.

2.1. Структура поняття “біомеханічні характеристики”

Поняття "Біомеханічні характеристики" є найбільш загальним. Воно включає (в порядку) наступні поняття: "кінематичні характеристики", "заходи стану і міри руху", "інерційні характеристики" "динамічні характеристики". У свою чергу, кожне з цих понять включає свої підлеглі поняття.

Загальна ієрархічна схема логічної послідовності основних понять і визначень біомеханіки представлені в таблиці 1.1. Ця схема приведена для полегшення процесу запам'ятовування назв біомеханічних характеристик.

Таблиця 1.1.

Основні поняття і визначення біомеханіки

<i>БІОМЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ</i>																						
КІНЕМАТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ						ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ																
ПРОСТОРОВІ			ЧАСОВІ			ПРИ СТАНУ			ПРИ ІНЕРТНОСТІ			ПРИ ІМПУЛЬСІ										
КООРДИНАТИ	ТРАЄКТОРІЯ	ПЕРЕМІЩЕННЯ	СИСТЕМИ ВІДЛІКУ	МОМЕНТ ЧАСУ	ТРИВАЛІСТЬ РУХУ	ТЕМП РУХІВ	РИТМ РУХІВ	ШВИДКІСТЬ (МИГТЄВА, СЕРЕДНЯ)	ПРИСКОРЕННЯ	СТІЙКІСТЬ ПОЛОЖЕННЯ	КІЛЬКІСТЬ РУХУ	КІНЕТИЧНИЙ МОМЕНТ	МАСА	МОМЕНТ ІНЕРЦІЇ	СИЛА	МОМЕНТ СИЛИ	ІМПУЛЬС СИЛИ	ІМПУЛЬС МОМЕНТУ СИЛИ	КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ	ПОТЕНЦІЙНА ЕНЕРГІЯ	РОБОТА	ПОТУЖНІСТЬ

При біомеханічному розборі рухової дії визначають наступні величини:

1. Характеристики положень і рухів окремих частин тіла (стопи, гомілки, стегна, корпусу, голови, плеча, передпліччя і кисті).
2. Характеристики кутів у суглобах у різних фазах рухової дії.
3. Моменти часу, що відповідають зміні характеру рухів (наприклад, переходів від згинання до розгинання, від відштовхування до польоту і т.п.).

При цьому характеризують вихідні положення (пози), що передують початку рухів, кінцеві положення, що завершують рухову дію, а також ряд проміжних. Аналіз серії поз закладається у простежуванні біомеханічних характеристик у часі. Таким чином визначаються закони руху вибраних сегментів і суглобів, а також усього тіла, зміна пози, керуючі сили і моменти сил.

Результатом біомеханічного розбору складу рухової дії є визначення усіх кінематичних характеристик, що описують цей рух.

За матеріалами фото-, кіно- і відео зйомки, проведеної з дотриманням технічних вимог до її організації, можна визначити ряд біомеханічних характеристик, необхідних для кількісного аналізу спортивної техніки: геометрії мас тіла, моментів сили тяжіння і моментів інерції біомеханічної системи, орієнтації осей тіла, суглобних кутів, критеріїв стійкості тіла, умов функціонування хребетної та дихальної мускулатури.

Загальна ієрархічна схема логічної послідовності основних понять і визначень біомеханіки представлені в таблиці 1.1. Ця схема приведена для полегшення процесу запам'ятовування назв біомеханічних характеристик.

2.2. Кінематичні характеристики

2.2. 1. Просторові характеристики

Кінематичні характеристики – це міри положення і руху біологічної системи і її елементів.

Системи відліку – це умовно вибрані тіла або моменти часу, від яких проводиться відлік, а також одиниці відліку.

Інерційні системи відліку – абсолютно нерухомі або рухомі рівномірно і прямолінійно тіла, що вважають початком відліку.

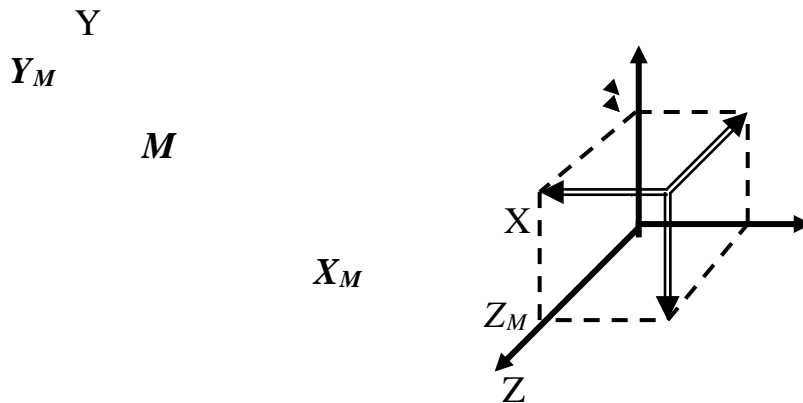
Неінерційні системи відліку – це тіла, що рухаються з прискоренням.

Система відліку часу – це початок і одиниці відліку.

Координата – це просторова міра, що характеризує місцеположення точки щодо системи відліку.

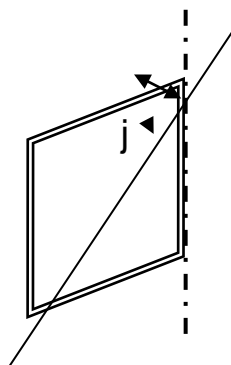
Розрізняють:

- декартові координати (X_m, Y_m, Z_m) , що задають положення точки (m) в системі трьох ортогональних (тобто. взаємно перпендикулярних) осей OX, OY, OZ (мал.1).



Мал. 1

- кутові координати задають кути відхилення від осей (мал.. 2)



Мал. 2

Траекторія точки – це геометричне місце положень рухомої точки в даній системі відліку.

Переміщення тіла – вектор, який з'єднує початкову точку траєкторії з кінцевою.

Розрізняють переміщення крапки і переміщення тіла.

Переміщення тіла може бути поступальним, коли всі точки тіла рухаються по паралельних траєкторіях і обертальним, коли одна з точок тіла нерухома, а траєкторії останніми є колу.

У поступальній ході тіла переміщення називають лінійними (позначають символами X, Y, Z і ін.).

У обертальному русі тіла переміщення називають кутовими (позначають символами a, b, g, j (кути місця, азимуту) і так далі).

2.2.2. Часові характеристики

Часові характеристики призначені для визначення процесів руху біологічної системи в часі.

Момент часу визначається проміжком часу до нього від початку відліку (t).

Тривалість рухів вимірюється різницею моментів часу закінчення і початку руху Dt .

Темп руху – часова міра повторності руху: вимірюється кількістю рухів в одиницю часу.

Ритм руху – часова міра співвідношення частин руху. Визначається по співвідношенню тривалості окремих частин руху (Dt_i) за допомогою формули ритму: $Dt_1 : Dt_2 : t_3 : \dots : Dt_n$

2.2.3. Просторово-часові характеристики

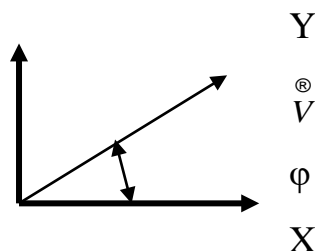
Швидкість – міра швидкості зміни положення тіла.

Миттєва швидкість чисельно рівна похідною в часі від переміщення в заданій точці траєкторії руху.

Під похідною розуміють відношення елементарного переміщення до відрізка часу, за який воно відбулося, при прагненні цього відрізка до нуля.

$$\overset{\circledast}{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{Ds}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (1)$$

Швидкість вважають за вектор (позначають $\overset{\circledast}{V}$), що має величину і напрям (мал. 3)



Мал. 3.

Середня швидкість – відношення переміщення за час від початку до кінця руху.

Прискорення є мірою швидкості зміни швидкості.

Прискорення чисельно дорівнює першій похідній від швидкості за часом в даній точці траєкторії.

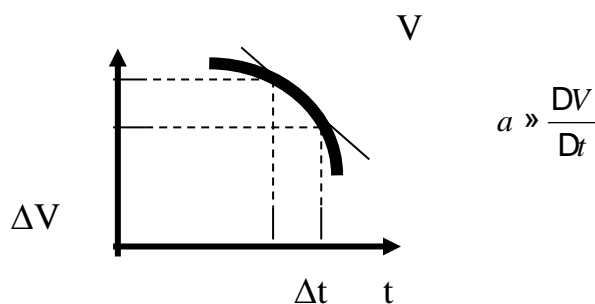
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{DV}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

(2),

де \overline{DV} – елементарна зміна швидкості

Δt – відрізок часу, за який ця зміна відбулася.

Прискорення можна визначати по графіку зміни швидкості (мал. 4.).



Мал. 4

Розрізняють лінійне прискорення при поступальній ході і кутове прискорення при обертальному русі:

$$x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta j}{\Delta t} = \frac{dj}{dt} \quad (3)$$

Швидкість і прискорення – величини векторні, тобто вони характеризують не тільки швидкість зміни положення і швидкості точок тіла, але і напрямок зміни. Якщо змінюється тільки напрямок швидкості, має місце нормальне прискорення, перпендикулярне траєкторії; при цьому дотичне прискорення дорівнює нулю.

Лінійна швидкість тіла при криволінійному русі зв'язана з кутовою простим співвідношенням:

$$v = \omega \cdot r \quad (4)$$

Лінійне і кутове прискорення безпосередньо пов'язані з силою і моментом сили:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (5)$$

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\varepsilon}, \quad (6)$$

де I – момент інерції ланки щодо осі обертання.

2.3. Динамічні характеристики

Динамічні характеристики – це міри силової взаємодії тіл за наявності механічних дій.

2.3.1. Міри стану

Біологічні системи можна розглядати як сукупності фізичних тіл, що володіють певними механічними властивостями і які можуть знаходитися у різних станах.

Міри стану визначають кількісні характеристики стану.

Стійкість положення – це властивість біологічної системи (тіла людини) повертатися в початковий стан після обурюючих (що порушують цей стан) дій.

Звичайно стійкість визначають для обмежено-стійкого виду рівноваги.

Ступінь стійкості тіла людини в різних положеннях характеризується показниками стійкості. Основними критеріями стійкості є площа опори, кут і коефіцієнт стійкості.

Стійкість тіла прямо пропорціональна величині площі опори: чим більше площа опори, тим більш стійке тіло.

Кут стійкості (α) – це кут, утворений лінією дії сили тяжіння і похилою прямою, що з'єднує загальний центр мас з точкою на границі площі опори.

Величина кута стійкості характеризує ступінь стійкості тіла в обраному напрямку: чим більше кут, тим вище стійкість.

Таких кутів у будь-якому положенні тіла спортсмена можна провести незліченну кількість. Спортсмен більш стійкий у тім напрямку, у якому його тіло має більший кут стійкості

Чим нижче розташований ЗЦМ або чим більша відстань від його проєкції до краю поверхні опори, тим більше кут стійкості.

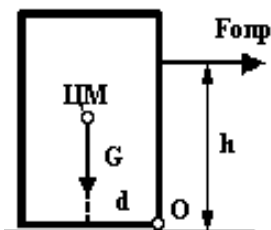
Цей показник зручний для порівняння ступеня стійкості одного тіла в різних напрямках (якщо площа опори не є коло і лінія сили тяжіння не проходить через його центр).

Сума двох кутів стійкості в одній площині α_1 і α_2 розглядається як кут рівноваги $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ у цій площині.

Він характеризує запас стійкості в даній площині, тобто визначає розмах припустимих переміщень ЦМ до можливого перекидання в ту чи іншу сторону (наприклад, у слаломіста при спуску на лижах, гімнастки на колоді, борця в стійці).

Кут стійкості показує, у яких межах ще діє момент стійкості.

Момент стійкості дорівнює добутку сили тяжіння тіла на плече її прикладення. На практиці він вираховується як добуток ваги тіла



спортсмена на відстань від границі поверхні опори до точки перетину лінії тяжіння з опорою.

Момент перекидання – це момент сили, що повертає тіло навколо осі можливого обертання. Чисельно він дорівнює добутку перекидаючої сили на плече її дії.

Коефіцієнт стійкості визначається як відношення моменту стійкості до моменту перекидання:

$$K_{ст} = M_{ст} / M_{пер} , \quad (7)$$

де $M_{ст} = G \cdot d$ – граничний момент стійкості;

$M_{пер} = F_{пер} \cdot h$ – момент перекидання;

G – вага тіла;

$F_{пер}$ – перекидаюча сила;

d – плече сили тяжіння;

h – плече перекидаючої сили.

Коефіцієнт стійкості характеризує здатність опиратися порушенню стійкості у даному напрямку. Для стійкості положення спортсмена необхідно, щоб значення коефіцієнту стійкості було більше за одиницю. Якщо коефіцієнт стійкості дорівнює одиниці, тіло спортсмена знаходиться на межі стійкості.

В міру збільшення відхилення тіла плече сили тяжіння d зменшується і момент стійкості і пов'язаний з ним коефіцієнт стійкості стають менше.

2.3.2. Міри інертності

Міри інертності – це мір, пов'язані з кількістю речовини, що міститься в тілі.

Маса – це міра інертності тіла, тобто його здатності перешкоджати зміні стану спокою або руху.

Маса всіх фізичних тіл розподілена в об'ємі цих тіл.

Розрізняють тіла з рівномірним розподілом мас (однорідні тіла) і тіла з нерівномірним розподілом мас (неоднорідні тіла).

Тіло людини неоднорідне. У біомеханіці прийнято вважати, що маси окремих його сегментів зосереджені в крапках, званих центрами мас, а вся маса зосереджена в загальному центрі мас (ЗЦМ).

Мірою інертності тіла спортсмена чи будь-якої біоланки в обертальному русі є момент інерції. Величина моменту інерції залежить від геометричного розподілу маси тіла щодо осі обертання. Якщо центр мас ланки знаходиться на відстані r від осі обертання, її момент інерції може бути обчислений за формулою

$$I = m \cdot r^2, \quad (8)$$

де m – маса ланки.

Чим більше маса тіла і чим далі від осі обертання знаходиться його центр мас, тим важче привести тіло в обертання чи змінити його кутову швидкість.

Момент інерції I_T усього тіла, що складається з k ланок, обчислюється як сума моментів інерції окремих ланок:

$$I_T = \sum_{i=1}^k m_i \cdot r_i^2, \quad (9)$$

де m_i – маса i -тої ланки;

r_i – відстань від центра мас i -тої ланки до осі обертання.

Для створення обертального руху тіла чи зміни характеру його обертання необхідна дія пари сил, спрямованих у різні сторони і не лежачих на одній прямій.

Такі сили утворюють обертальний момент тіла чи окремо взятої біоланки, який обчислюється як векторний добуток радіус-вектора, проведеного від точки обертання до точки прикладення сили на вектор сили:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (10)$$

Модуль моменту сили виражається формулою

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha, \quad (11)$$

де α – кут між радіус-вектором та вектором сили.

Величина $d = r \cdot \sin(\alpha)$, називається плечем сили.

Кількість руху – це векторна величина, що чисельно дорівнює добутку маси матеріальної точки на вектор швидкості і має напрям швидкості.

$$\vec{q} = m\vec{V}, \quad (12)$$

де m - маса рухомої матеріальної точки,

q - вектор кількості руху.

Кінетичний момент – кількості руху матеріальної точки або тіла щодо центру (або осі) обертання.

Момент кількості руху матеріальної точки – це вектор, величина і напрям якого визначаються векторним добутком вектора кількості руху q на радіус-вектор r , що з'єднує точку з центром (віссю обертання).

Момент кількості руху записується в наступному вигляді:

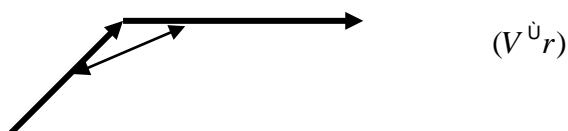
$$\vec{K} = \vec{r} \cdot \vec{q} = \vec{r} \cdot m\vec{V} = m|r| \cdot |V| \cdot \sin(V^{\cup}r), \quad (13)$$

де: q – вектор моменту кількості руху;

\vec{r} – радіус-вектор;

$|r|$, $|V|$ - абсолютні величини векторів \vec{r} і \vec{V} ;

$(V^{\cup}r)$ - кут між \vec{r} і \vec{V} (мал. 6)



Мал. 6

При обертальному русі матеріальної точки момент кількості руху дорівнює по величині результату множення маси точки на кутову швидкість обертання і на квадрат радіусу обертання:

$$|K| = m \cdot \omega \cdot R^2 = \omega \cdot (m_1 \cdot R_1^2 + m_2 \cdot R_2^2 + m_3 \cdot R_3^2 + \dots + m_n \cdot R_n^2), \quad (14)$$

де m – маса крапки;

ω – кутова швидкість обертання;

R – радіус обертання.

Напрямок вектора кількості руху вибирається так, щоб, дивлячись з його кінця бачити обертання крапки, що відбувається проти годинникової стрілки.

При обертанні тіла навколо якої-небудь осі, всі його крапки описують коло.

Тому момент кількості руху тіла при його обертанні навколо осі дорівнює *сумі* моментів руху всіх точкових мас, з яких складається дане тіло.

$$|K| = |K_1| + |K_2| + |K_3| + \dots + |K_n| = \omega \cdot \sum_{i=1}^n m_i \cdot R_i^2 \quad (15')$$

Вектор кінетичного моменту (моменту кількості руху) тіла при його обертанні навколо осі, направлений уздовж його осі обертання.

При круговому обертанні системи точок навколо загальної осі, кінетичний момент визначається з урахуванням напрямку і радіусу обертання:

$$|K| = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot m_i \cdot R_i^2. \quad (16)$$

Момент інерції – це міра інертності точки або тіла в його обертальному русі.

Момент інерції в точці визначається по формулі:

$$I = m R^2, \quad (17)$$

де R - радіус обертання.

Момент інерції тіла при його обертанні навколо осі розраховується за формулою

$$I = \sum_{i=1}^n m_i \cdot R_i^2. \quad (18')$$

2.3.3. Силові характеристики

Силові характеристики – це міри механічної взаємодії між тілами.

Сила – це міра механічного впливу одного тіла на інше.

Статичні сили взаємно врівноважуються.

Динамічні сили змінюють стан спокою або руху і супроводжуються виникненням прискорень.

Метод обліку інерційних сил, що врівноважують динамічні сили в загальній схемі силових впливів, одержав назву методу кінетостатики.

Розрізняють наступні різновиди сил:

- зовнішня сила – це сила, прикладена до тіла ззовні;
- внутрішня сила – це сила, що діє усередині системи тіл, тобто між тілами, що складають систему.

Стосовно тіла людини, як біомеханічної системи, м'язові сили – внутрішні, сила ваги – зовнішня.

Активна сила – це сила, що змушує систему або тіло до зміни свого механічного стану.

Пасивна сила – це сила, що виникає під дією активної.

При одночасній дії на тіло декількох сил \vec{F}_i , результуюча сила \vec{F}_R визначається векторним підсумовуванням:

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (19)$$

Як відомо з першого закону Ньютона, тіло за відсутності сил, що впливають на нього, зберігає стан спокою або рівномірного і прямилинійного руху.

Дія сили на тіло формує вектор прискорення:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (20)$$

спрямований у бік дії сили \vec{F} .

Формула (20) виражає другий закон Ньютона. Відповідно до третього закону, дії сили \vec{F} . робить протидія сила інерції

$$\vec{F} = -m\vec{a}, \quad (21)$$

спрямована назустріч до сили \vec{F} , і рівна їй по величині (дія дорівнює протидії).

Момент сили – це міра силової взаємодії в обертальному русі.

Момент визначається векторним добутком вектора сили на плече її дії відносно центра (осі) обертання (0). Вектор моменту спрямований перпендикулярно площини, у якій розташовані \vec{r} і \vec{F} , у ту сторону, відкіля здається, що обертання навколо осі (0) відбувається проти годинникової стрілки.

Якщо сила перпендикулярна плечу, тобто $(\vec{r} \perp \vec{F}) = 90^\circ$, то величина вектора моменту дорівнює просто добуткові сили на плече:

$$|\vec{M}| = r \times F \quad (22)$$

Імпульс сили – це міра впливу сили на тіло за визначений інтервал часу:

$$\vec{S} = \int_0^t \vec{F}(t) dt, \quad (23)$$

де \vec{F} - вектор сили,

t - тривалість часового інтервалу.

При одночасній дії декількох сил сума їхніх імпульсів дорівнює імпульсові рівнодіючої сили.

Імпульс моменту сили – це міра впливу моменту сили на тіло щодо осі обертання за визначений інтервал часу:

$$\vec{W} = \int_0^t \vec{M} dt \quad (24)$$

2.4. Енергетичні характеристики

Енергетичні характеристики – це міри працездатності.

Робота – міра дії сили протягом шляху її дії.

Робота визначається скалярним добутком векторів сили і переміщення.

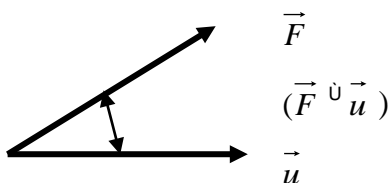
Це записується у вигляді

$$A = \vec{F} \times \vec{u} = F \times u \times \cos(\vec{F} \hat{=} \vec{u}), \quad (25)$$

де: \vec{F} – вектор сили,

\vec{u} – вектор переміщення,

$(\vec{F} \hat{=} \vec{u})$ – кут між \vec{F} і \vec{u} (Мал.7).



Мал.7

Якщо напрямок сили збігається з переміщенням, то:

$$A = F \cdot u; \quad (26')$$

Потужність – це робота, виконана за одиницю часу.

Потужність визначається скалярним добутком векторів сили і швидкості:

$$N = \vec{F} \times \vec{V} = F \times V \times \cos(\vec{F} \hat{=} \vec{V}) \quad (27)$$

Якщо напрямок сили збігається з напрямком швидкості, то

$$N = F \cdot V \quad (28)$$

Кінетична енергія – це енергія тіла, що рухається, що виражає його здатність виконувати роботу при зупинці або гальмуванні.

Величина кінетичної енергії визначається наступними формулами:

- при прямолінійному русі:

$$E_k = \frac{mV^2}{2}, \quad (29)$$

де m – маса тіла,

V – швидкість руху,

- при обертальному русі:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (30)$$

де I – момент інерції,

ω – кутова швидкість.

При зміні стану руху, тобто кінетичної енергії, відбувається робота,

$$dE_k = \frac{m}{2}(V_1^2 - V_2^2), \quad (31)$$

де V_1 – кінцева швидкість,

V_2 – початкова швидкість.

Потенційна енергія – це енергія, пов'язана з положенням тіла або взаємним розташуванням частин тіла. Вона що характеризує здатність виконати роботу при зміні положення.

Потенційна енергія тіла, піднятого над землею на висоту H дорівнює:

$$E_n = m \times g \times H = G \times H, \quad (32)$$

де $G = mg$ – вага тіла,

m – маса тіла,

$g=9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення сили тяжіння.

При зміні висоти від H_2 до H_1 відбувається робота:

$$A = m \cdot g \cdot H_2 - m \cdot g \cdot H_1$$

(33)

Повна механічна енергія – це сума кінетичної і потенційної енергії:

$$E = E_n + E_k \quad (34)$$

Зміна механічної енергії можлива тільки в результаті дії сил, що вико-

нують роботу.

3. СИЛИ В РУХАХ ЛЮДИНИ

Усі сили, прикладені до тіла людини, можна розділити на:

- зовнішні, котрі викликані дією зовнішніх для людини тіл (опора, снаряди, інші люди, середовище і т.д.); тільки при їхній наявності можлива зміна траєкторії і швидкості ЦМ, без них рух ЦМ не змінюється;
- внутрішні, котрі виникають при взаємодії частин тіла людини з іншим тілом.

Самі по собі вони не можуть змінити руху ЦМ. Але тільки внутрішніми силами тяги м'язів людина керує безпосередньо, викликаючи рух ланок у суглобах.

Поділ сил, прикладених до тіла людини, на зовнішні і внутрішні є відносним (завжди треба порушувати питання: “Стосовно якого тіла чи якої системи тіл робиться цей поділ?”).

Усі зовнішні сили бувають:

- контактні, котрі діють при контакті тіла людини з відповідними зовнішніми тілами;
- дистантні, що можуть діяти на тіло людини без контакту, на відстані.

Прикладом таких механічних сил є лише сили ваги.

3.1. Зовнішні щодо системи сили

1) Сили інерції зовнішніх тіл

Зовнішні сили змінюють рух людини, викликають прискорення - тоді те і виникають сили інерції.

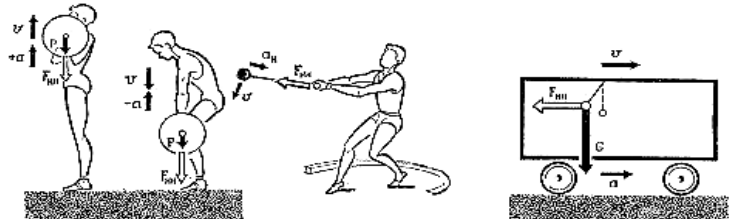
Сила інерції зовнішнього тіла (реальна) – це міра дії на тіло людини з боку зовнішнього тіла, що прискорюється людиною:

$$\vec{F}_{\text{ін}} = -m \cdot \vec{a} \quad (35)$$

Сила інерції зовнішнього тіла при його прискоренні людиною спрямована у бік, протилежний прискоренню.

Приклади

- людина збільшує швидкість ядра, штовхаючи його від себе => має знак "+" (сила інерції - опір);



Сила інерції:

a, b, v – реальна при прискореннях; a – позитивному; b – негативному; v – нормальному; ε – фіктивна сила інерції.

- людина зменшує швидкість набивного м'яча, ловлячи його на себе => має знак "-" (сила інерції - напір);

- людина утримує диск при розгоні, виникає відцентрова сила інерції.

При обертальному русі ця сила інерції може бути розкладена на тангенціальну $F_{\text{ін}}^T = m \cdot \varepsilon \cdot r$ і нормальну $F_{\text{ін}}^N = m \cdot \omega^2 \cdot r$ складові.

Так визначаються реальні сили інерції зовнішніх сил при використанні інерціальної системи відліку. У цих випадках сила інерції тіла, що прискорюється, (ядра, м'яча, диска й ін.) викликається тілом, що прискорює, (людиною). Сила інерції (реальна) – це протидія зовнішнього тіла, що прискорюється (згідно III закону Ньютона).

При використанні неінерціальної системи відліку вводять "фіктивну" силу інерції (що дозволяє застосувати закони Ньютона). Вона має ту ж величину і напрямок, що і реальна сила інерції. Але точкою прикладення "фіктивної" сили інерції вважається центр інерції тіла, що прискорюється. Фіктивна тут не сама сила інерції, а крапка її додатка (напр., центр інерції ядра, м'яча, диска – замість робочої точки тіла людини).

Застосовувані у фізичних вправах обтяження діють не тільки своєю вагою (не змішувати із силою ваги), але і реальної силоміць інерції, якщо обтяженню надається прискорення.

За принципом еквівалентності гравітація (тяжіння) і інерція (прискорення) по дії практично нерозрізнені.

2) Сили пружної деформації

Усі реальні тіла під дією прикладених сил деформуються. Сили, що виникають у тілі і які протидіють деформації і після її припинення відновлюють форму тіла, називаються пружними.

Сила пружної деформації – це міра дії деформованого тіла на інші тіла, що викликають цю деформацію.

Пружні сили залежать від властивостей деформованого тіла, а також виду і величини деформації.

Приклад Спортсмен стискає динамометр, розтягує еспандер, згинає під час наскоку пружний чи трамплін батут; у них при деформації виникають пружні сили. Наростаючи, вони зупиняють деформації.

Як відновлюють форму динамометр і еспандер, спортсмену байдуже, а от відновлення форми пружного чи трампліна батута передає кінетичну енергію тілу спортсмена. Пружні сили деформованого чи трампліна батута роблять позитивну роботу.

3) Сила тяжіння і вага

За законом всесвітнього тяжіння всі тіла на Землі відчувають силу її притягання:

$$F_{\text{тяж}} = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}, \quad (36)$$

де $\gamma = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^2$ – гравітаційна постійна (гравіс *лат.* – важкий);

m, M – маси тіла і Землі відповідно;

r – відстань між їхніми центрами.

Сила ваги тіла – це міра його притягання до Землі:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} \quad (37)$$

Сила ваги залежить від мас Землі і тіла, що притягається нею, а також від відстані між ними.

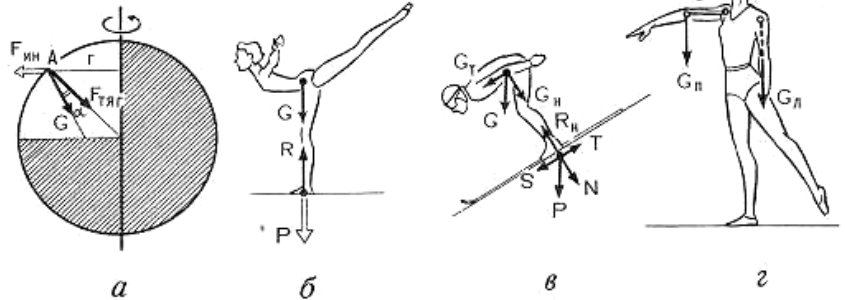
6357 км - відстань від центра Землі до поверхні на полюсі.

6378 км - відстань від центра Землі до поверхні на екваторі.

На екваторі сила тяжіння менше, ніж на полюсах, на 0,2 %.

Тому що Земля обертається навколо своєї осі, тіло на її поверхні випробує дію відцентрової сили інерції (фіктивної) у неінерційній (обертвовій) системі відліку. Вона

більше всього на екваторі і зменшує там силу тяжіння ще на 0,3% (у порівнянні з положен-



ням на полюсах).

Тому сила ваги

дорівнює геометричній сумі сил тяжіння (гравітаційної) і відцентрової (інерції). На кожну ланку і на все тіло людини діють сили ваги, як зовнішні сили, викликані притяганням і обертанням Землі. Рівнодіюча рівнобіжних сил ваги тіла прикладена до його центра ваги.

Коли тіло знаходиться на опорі (чи підвішено), сила ваги, прикладена до тіла, притискає його до опорі (чи відривається від підвісу).

Вага тіла (статична) – це міра впливу тіла в спокої на нерухому опорі (чи підвіс), що заважає його падінню.

Виходить, сила ваги і вага тіла не та сама сила.

Вага всього тіла людини прикладена не до нього самого, а до його опорі (сила ваги – дистантна, вага – контактна сила). У фазі польоту, у бігу вага відсутня, це випадок невагомості.

Сила ваги (G) :

a – її гравітаційна ($F_{тяг}$) і інерційна ($F_{ин}$) складові; b, v, z – дія сили ваги на горизонтальній опорі і на похилої; P – вага тіла.

При впливі голови на шийні хребці взаємодіють голова і хребетний стовп. Таким чином, вага голови щодо тіла людини – сила внутрішня, щодо ж хребетного стовпа – зовнішня. Вага, наприклад, штанги, утримуваної людиною, для нього, звичайно, зовнішня сила.

При русі тіла з прискоренням, спрямованим по вертикалі, виникає вертикальна сила інерції. Вона спрямована у бік, протилежний прискоренню.

Якщо сила інерції спрямована вниз, то вона складається зі статичною вагою; сила тиску на опору при цьому збільшується.

Якщо сила інерції спрямована нагору, то вона віднімається зі статичної ваги; сила тиску на опору при цьому зменшується.

В обох випадках змінену вагу називають динамічною, вона чи більше, чи менше статичної (на величину сили інерції тіла).

Приклади:

- динамічна вага штанги в руках спортсмена діє на нього ззовні (зовнішня сила);
- динамічна вага тулуба при вистрибуванні нагору діє на ноги усередині тіла (внутрішня сила відносно всього тіла і зовнішня – щодо ніг).

4. Сила реакції опори

Реакція опори – це міра протидії опори дії тіла, що знаходиться з нею в контакті (у спокої чи в русі). Вона дорівнює силі дії тіла на опору, спрямована в протилежну сторону і прикладена до цього тіла.

Звичайно людина, знаходячись на горизонтальній платформі, відчуває протидію своїй вазі. У цьому випадку опорна реакція, як і вага тіла, спрямована перпендикулярно до опори. Це – нормальна реакція опори (якщо поверхня не плоска, те опорна реакція перпендикулярна до площини, дотичної до точки опори).

Коли вага статична, то і реакція опори статична: по величині вона дорівнює статичній вазі.

Якщо людина на опорі рухається з прискоренням, спрямованим нагору (чи вниз), то до статичної ваги додається (чи віднімається) сила інерції. Виникає динамічна реакція опори.

Реакція опори – сила пасивна (реактивна). Вона не може сама по собі викликати позитивні прискорення. Але без неї (якщо не від чого відіпхнутися, якщо немає опори) людина не може активно переміщатися.

Якщо відштовхуватися від горизонтальної опори не прямо нагору, то і сила тиску на опору буде прикладена не під прямим кутом до її поверхні.

Реакція опори також не буде перпендикулярна до поверхні – її можна розкласти на нормальну і дотичну складові.

Якщо дотичні поверхні рівні, без виступів, шипів і т.п. (асфальт, підошва черевика), то дотична складова реакції опори і є сила тертя.

Рівнодіюча нормальної і дотичний складових називається загальною реакцією опори. Вона проходить через ЦМ людини тільки при вільному (нерухомому) його положенні над (під) опорою. Під час же рухів, чи відштовхування амортизації вона звичайно не проходить через ЦМ, утворити щодо нього момент.

5) Сила дії середовища

Спортсмену нерідко приходить переборювати опір води чи повітря. Середовище, у якій рухається людина, діє на його тіло.

Ця дія може бути:

- статичною (сила, що виштовхує – \mathbf{Q});
- динамічною. (лобовий опір $\overline{R_x}$, нормальна реакція середовища $\overline{R_y}$).

Сила, що виштовхує \mathbf{Q} – це міра дії середовища на занурене в неї тіло. Вона вимірюється вагою витиснутого обсягу рідини $\overline{G_B}$ і спрямована нагору.

Якщо сила, що виштовхує \overline{Q} більше сили ваги \overline{G} , те тіло спливає. Якщо \overline{G} більше \overline{Q} , те тіло тоне.

Лобовий опір R_x – це сила, з якою середовище перешкоджає руху тіла щодо

її:

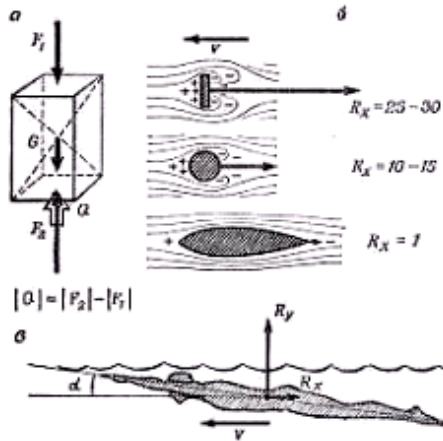
$$\vec{R}_x = S_M \cdot C_x \cdot \rho \cdot \vec{v}^2, \quad (38)$$

де S_M – мідель (площа поперечного переріза тіла);

C_x – коефіцієнт лобового опору, що залежить від форми тіла (обтічності) і його орієнтації щодо напрямку руху в середовищі;

ρ – щільність середовища (вода – 1000 кг/м³, повітря – 1,3 кг/м³);

v – відносна швидкість середовища і тіла.



Силы действия среды:

a – статическая (выталкивающая, Q);

б, в – динамические; *б* – лобового сопротивления (R_x); *в* – подъёмная (R_y).

Змінюючи величини S_M , C_x , v , можна змінити вплив середовища.

Приклади

1) У лижника при спуску з гори у високій стійці площа найбільшого поперечного переріза майже в три рази більше, ніж у низькій стійці. Отже, опір повітря при спуску можна змінювати майже в три рази.

2) Плавець, приймаючи у воді пози з кращою обтічністю, може зменшити опір води.

3) Опір середовища (води чи повітря) різко збільшується зі збільшенням швидкості пересування (приблизно пропорційно квадрату швидкості).

Нормальна реакція середовища \vec{R}_y – це сила, що діє з боку середовища на тіло, розташоване під кутом до напрямку його руху. Вона залежить від тих же факторів, що і лобовий опір:

$$\vec{R}_y = S_M \cdot C_y \cdot \rho \cdot \vec{v}^2, \quad (39)$$

де C_y - коефіцієнт нормальної реакції середовища (у фазі польоту він називається підйомною силою).

Приклад. Нормальна реакція середовища при гребку спрямована перпендикулярно силі лобового опору.

З нормальною реакцією середовища як з піднімальною силою приходиться вважатися (наприклад, плавцю під час просування по дистанції; стрибуну на лижах із трампліна під час польоту в повітрі).

б) Сили тертя

Абсолютно гладких поверхонь опори практично не існує. Між тілом людини й опорою при русі по ній завжди виникає тертя.

Сила тертя – це сила протидії опори тілу, що рухається, спрямована по дотичній до поверхні опори:

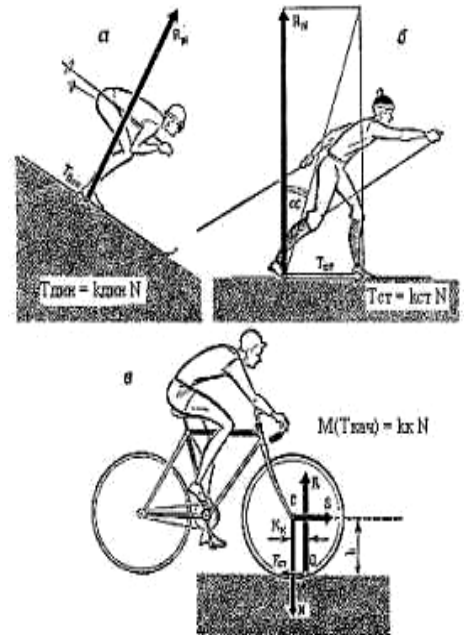
$$\vec{T} = k_{\text{тр}} \cdot \vec{N},$$

(40)

де \vec{T} – сила тертя;

\vec{N} – сила нормального тиску;

$k_{\text{тр}}$ – коефіцієнт тертя.



Коефіцієнт тертя – це відношення сили тертя до сили нормального тиску:

$$k_{\text{тр}} = \frac{T}{N} \quad (41)$$

Розрізняють наступні види тертя:

1. Тертя ковзання, коли одне тіло переміщається щодо іншого, не втрачаючи контакту з ним (тобто ковзає по ньому).

При цьому має місце динамічна сила тертя.

Якщо одне тіло не може ковзати по іншому, тобто сила, що зрушує, не може зрушити його, то, слід., сила тертя утримує тіло в нерухомості.

Така сила тертя називається статичної (чи силою тертя ковзання спокою).

Статичний коефіцієнт тертя ковзання дорівнює відношенню граничної статичної сили тертя ковзання до сили нормального тиску (тобто відношенню сили, що зрушує, до що притискає).

Механізм тертя ковзання пояснюють зачепленням нерівностей ковзних тіл друг за друга (механічна теорія), а також молекулярним зчепленням при щільному контакті гладких поверхонь тіл (молекулярна теорія). При змащенні нерівності поверхонь як би “згладжуються”.

2. Тертя катання, коли точки дотику тіл увесь час міняються (наприклад, крапки покриття колеса велосипеда і місця його опори на доріжці).

Механізм тертя катання пояснюють деформацією дотичних тел. Колесо як би вдавлюється в опору, утворити ямку, через край якої колесу увесь час приходиться перекочуватися.

Коефіцієнт тертя катання дорівнює відношенню моменту рушійної сили $(\bar{S} \times h)$ до моменту тертя $(\bar{N} \times k_k)$.

Плече k_k сили N , що утрудняє "викочування" з ямки і є коефіцієнт тертя катання.

3. Тертя вертіння, коли між тертьовими поверхнями маєтся нерухома точка і рух відбувається навколо цієї крапки.

Приклади

1) Стопа при відштовхуванні від опори, якщо на підошві взуття немає шипів, обертається щодо ґрунту.

2) У метальника молота на підошві взуття маєтся шип, вертіння відбувається при повороті навколо шипа.

Сили тертя, спрямовані назустріч руху, гальмують його. Вони викликають негативне прискорення і роблять негативну роботу.

Сили тертя, спрямовані убік руху, не створюють позитивного прискорення, не роблять позитивної роботи, а тільки не дають точці контакту тіла, що рухається, “прослизати” назад.

3.2. ВНУТРІШНІ ЩОДО СИСТЕМИ СИЛИ

Ці сили виникають внаслідок взаємодії частин біомеханічної системи тіла. Вони виявляються усередині тіла як сили притягання і сили відштовхування.

В абсолютно твердому тілі такі сили взаємно урівноважені, деформації і напруги не виникають.

У тілі людини внутрішні сили можуть діяти статично (викликаючи тільки напруги в деформованих тканинах) і динамічно (викликаючи рух ланок і змінюючи позу).

Внутрішні для тіла людини сили розділяють на сили м'язової тяги і сили пасивної взаємодії органів і тканин.

1. Сили м'язової тяги

Сили м'язової тяги прикладені до ланок кінематичних ланцюгів усередині тіла (до кіст кістяка).

Вони виконують наступні функції:

- енергетична (робота м'язів – основне джерело енергії рухів людини);
- керуюча (м'язи, змінюючи положення частин тіла, обумовлюють його вплив на навколишні фізичні об'єкти – середовище, опора, снаряди, інші люди і т.д.).

За допомогою м'язових тяг людина керує рухами, використовуючи зовнішні сили й інші внутрішні сили. Сили м'язової тяги в біомеханіці називаються зусиллями. Удосконалювання рухів дозволяє краще використовувати м'язові сили.

2. Сили пасивної взаємодії

Сили пасивної взаємодії на відміну від сил м'язової тяги не викликані безпосередньо фізіологічною активністю, біологічними процесами (хоча до деякої міри і залежать від них).

Сили пасивної взаємодії включають:

- опорні реакції в суглобах і місцях прикріплення м'язів і зв'язувань (як протидія статичній і динамічній вазі ланок);
- сили сухого і рідинного тертя (обумовлені взаємним зсувом органів і тканин у місці їхнього контакту – у суглобах, між м'язами, усередині м'язів й ін.);
- сили інерції при прискореннях ланок, органів, тканин;
- пружні сили деформації пружних утворень (зв'язковий апарат, з'єднання елементів хребта й ін.).

У статиці зустрічаються I, II і IV сили (крім сил інерції). У динаміці рухи ланок відбуваються з прискореннями: доцентровими (при суглобних рухах) і тангенціальними (при розгоні ланки – позитивні, при гальмуванні – негативні). Тому сили інерції мають при русі завжди. Це сама численна група сил внутрішньої пасивної взаємодії.

У будь-якому русі, гальмуючи ланку і зупиняючи його, розтягуються м'язи-антогоністи. При цьому завжди виникають пружні сили (деформація

сполучно-тканинних і м'язових елементів). У статиці зустрічаються I, II і IV сили (крім сил інерції).

У динаміці рухи ланок відбуваються з прискореннями: доцентровими (при суглобних рухах) і тангенціальними (при розгоні ланки – позитивні, при гальмуванні – негативні). Тому сили інерції мають при русі завжди. Це сама численна група сил внутрішньої пасивної взаємодії.

У будь-якому русі, гальмуючи ланку і зупиняючи його, розтягуються м'язи-антогоністи. При цьому завжди виникають пружні сили (деформація сполучно-тканинних і м'язових елементів). При великих прискореннях інерційні і пружні сили особливо великі. При так називаній "пружній віддачі" роль цих двох груп сил є ведучою в рухах.

Таким чином, внутрішні сили пасивного (у біологічному сенсі) взаємодії відіграють роль не тільки зв'язків, що обмежують рухи; у визначених умовах вони використовуються як рушійні сили, що підвищують ефективність м'язової роботи.

Рухи людини являють собою результат спільної дії зовнішніх і внутрішніх сил. Зовнішні сили, що виражають вплив зовнішнього середовища, обумовлюють багато особливостей рухів. Внутрішні сили, безпосередньо керовані людиною, забезпечують правильне виконання заданих рухів.

Ріст технічної майстерності виявляється в підвищенні ролі зовнішніх і пасивних внутрішніх сил, як рушійних сил. Задачі удосконалення рухів, підвищення їхньої ефективності зводяться до підвищення результату сил, що прискорюють, і зниженню дії шкідливих опорів. Це особливо важливо в спорті, де всі рухи спрямовані на ріст спортивного результату.

4. ОДИНИЦІ ВИМІРЮВАННЯ БІОМЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК.

1. ЛІНІЙНІ КООРДИНАТИ ПЕРЕМІЩЕННЯ;

$$1\text{ м} = 100\text{ см} = 1000\text{ мм}$$

2. КУТОВІ КООРДИНАТИ, ПЕРЕМІЩЕННЯ:

$$1\text{ рад} = 57,3\text{ град.}$$

3. ЧАС:

$$1\text{ година} = 60\text{ хв} = 3600\text{ секунд.}$$

4. ШВИДКІСТЬ:

$$1\text{ м/с} = 60\text{ м/хв} = 3,6\text{ км/год.}$$

5. ПРИСКОРЕННЯ:

$$1\text{ м/с}^2$$

6. СИЛА:

$$1\text{ кг} = 9,81\text{ н} = 9,81\text{ кг}\cdot\text{м/с}^2$$

7. МАСА:

$$1\text{ кг} = 1\frac{\text{н}\cdot\text{с}^2}{\text{м}}$$

8. МОМЕНТ СИЛИ:

$$1\text{ н}\cdot\text{м} = \text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^2$$

9. ІМПУЛЬС СИЛИ:

$$1\text{ н}\cdot\text{с} = \text{кг}\cdot\text{м/с}$$

10. ІМПУЛЬС МОМЕНТУ СИЛИ:

$$1\text{ н}\cdot\text{м}\cdot\text{с} = \text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$$

11. РОБОТА:

$$1\text{ дж} = 1\text{ н}\cdot\text{м} = \frac{1}{9,81}\text{ кг}\cdot\text{м}$$

12. ПОТУЖНІСТЬ:

$$1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с} = \frac{1}{9,81} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

5. УМОВИ ЗАДАЧ

Задача 1

Знайти дальність польоту списа, кинутого з початковою швидкістю 24 м/с під кутом 45° до обр'ю. Точка вильоту списа розташовується на висоті 2 м.

Задача 2

Визначити середню величину реакції опори при зістрибуванні з висоти 3 м. Амортизаційна фаза триває 0,1 с; вага спортсмена 981 Н.

Задача 3

Знайти середнє значення сили удару по нерухомому футбольному м'ячі масою 0,5 кг. Ударна взаємодія продовжувалася 0,02 с. Швидкість вильоту м'яча 15 м/с.

Задача 4

Яка повинна бути швидкість вильоту ЗЦМ тіла спортсмена, щоб дальність його стрибка склала 5 м. Центр ваги в момент відштовхування від опори знаходиться на висоті 1,1 м, кут вильоту ЗЦМ дорівнює 45° .

Задача 5

Плавець, маса якого 100 кг, здатний відіпхнутися від краю басейну із силою 2500 Н. Яку швидкість він здобуває при часі відштовхування 0,1 с ?

Задача 6

Визначити дальність польоту диска, кинутого зі швидкістю 10 м/с , під кутом 45° до обрію. Крапка вильоту диска розташована на висоті $1,8\text{ м}$ над поверхнею. Опір повітря зменшує дальність польоту на 2% .

Задача 7

Знайти величину сили тертя лиж об сніг при рухах лижника під кутом 30° , якщо маса спортсмена 70 кг , а коефіцієнт тертя лиж об сніг $= 0,05$.

Задача 8

Розрахувати величину сили двоголового м'яза плеча, необхідну для підйому вантажу вагою 100 Н . При рішенні задачі врахувати, що в даному важелі 2-го роду плече сили складає $1/9$ сумарної довжини передпліччя і стиснутої в кулак кисті.

Задача 9

Бігун, маса якого 75 кг , через 23 послі старту біжить зі швидкістю 36 км/год . Яка горизонтальна сила повинна діяти на бігуна в момент старту?

Задача 10

Оцінити силу, з яким підлога діє на гімнаста при зстрибуванні з висоти 2 м , маса гімнаста 70 кг , пружна сумарна деформація спортсмена, взуття й опори $2,5\text{ мм}$, коефіцієнт пружної деформації 1000 Н/м .

Задача 11

Оцінити ступінь стійкості пози спортсмена вагою 75 кг при дії на нього перекидаючої сили 150 Н , спрямованої до обрію. Висота ОЦТ над поверхнею опори 1 м , відстань від крапки перетинання лінії ваги з поверхнею опори до границі опори 15 см .

Задача 12

Футболіст ударяє по м'ячу масою 0,5 кг, що летить до нього зі швидкістю 18 км/год. Після удару м'яч летить у протилежному напрямку зі швидкістю вдвічі більшою. Обчислити величину ударного імпульсу.

Задача 13

Людина масою 70 кг стрибає з причалу з горизонтальною швидкістю 2 км/год у шлюпку масою 50 кг (у ці 50 кг входять і вага води, що захоплюється човном у русі). До стрибка людини човен нерухомий. Обчислити швидкість, з якою човен буде відходити від причалу.

Задача 14

Оцінити потужність, що розвивається штангістом через час 0,3 з після початку підйому штанги масою 100 кг, прийнявши рух штанги рівноприскореним (прискорення дорівнює 10 м/с^2).

Задача 15

Визначити найбільшу висоту польоту списа, кинутого з початковою швидкістю 10 м/с під кутом 45° до обрію крапки вильоту списа розташованого на висоті 2 м над поверхнею землі, опором повітря можна зневажити.

Задача 16

Визначити дальність польоту списа, кинутого з початковою швидкістю 15 м/с під кутом 45° до обрію. Крапка вильоту списа розташована на висоті 2 м над поверхнею землі, опором повітря можна зневажити.

Задача 17

Яка повинна бути величина вертикальної складової вектора швидкості вильоту ОЦТ тіла спортсмена, щоб він переборює висоту 2,5 м. Центр ваги в момент відштовхування від опори знаходиться на висоті 1,2 м, кут вильоту 60° .

Задача 18

Знайти роботу, яку необхідно зробити при відображенні м'яча, що летить зі швидкістю 54 км/год, маса м'яча 10г. Швидкість м'яча після зіткнення не міняється.

Задача 19

Знайти роботу, чинену штангістом за 0,5 с, якщо залежність швидкості від часу має вигляд $V=5 \cdot t$, а силу можна вважати постійною і рівною вазі штанги; маса штанги дорівнює 150 кг.

Задача 20

Визначити дальність польоту ядра, що вилетіло при поштовху з місця зі швидкістю 15м/с, під кутом 45° до обрію. Опір повітря зменшує дальність польоту на 1%. Точка вильоту знаходиться на висоті 2 м.

Задача 21

Визначити вагу вантажу, що піднімається двоголовим м'язом плеча, який розвиває силу тяги 900 Н. При рішенні задачі врахувати, що в даному важелі плече сили складає $1/9$ сумарної довжини передпліччя і стиснутої в кулак кисті.

Задача 22

Яка повинна бути швидкість вильоту ЗЦМ тіла спортсмена, щоб дальність його стрибка складала 5 м, центр ваги в момент відштовхування від опори знаходиться на висоті 1,1 м, кут вильоту ЗЦМ з обрієм дорівнює 30° .

Задача 23

Знайти масу штанги, що підняв штангіст на висоту 2м за 2с, розвивши при цьому потужність 0,8 кВт.

Задача 24

Оцінити величину ударного імпульсу при ударі по нерухомому футбольному м'ячі масою 0,5 кг. Швидкість вильоту м'яча 36 км/год.

Задача 25

З якою силою треба вдарити по футбольному м'ячі, масою 500г що летить зі швидкістю 18 км/год, щоб він полетів у зворотному напрямку зі швидкістю 24 км/год. Час ударної взаємодії 0,1 с.

Задача 26

Серце людини при одному ударі робить таку роботу, яка потрібна для підняття вантажу масою 100 г на висоту 1м. Обчислите цю роботу.

Задача 27

За добу людське серце робить близько 100000 ударів. При одному ударі відбувається така ж робота, як і при піднятті вантажу масою 1кг на висоту 10см. Обчислите роботу, яку виконує серце за добу.

6. ВІДПОВІДІ І РІШЕННЯ.

Задача 1

$$Y_0 = 2 \text{ м}$$

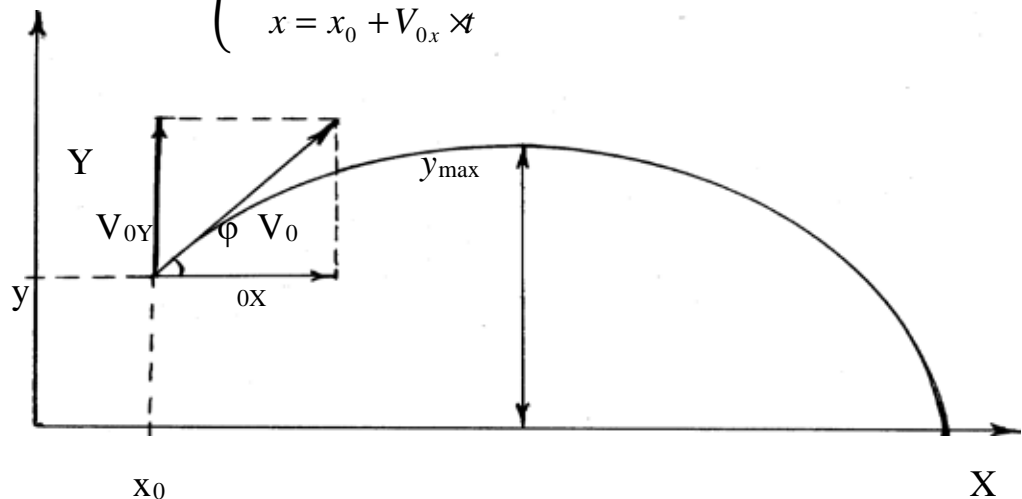
$$V_0 = 24 \text{ м/с}$$

$$\varphi = 45^\circ$$

$$x = ?$$

Траєкторія польоту списа описується системою з 2-х рівнянь:

$$\begin{cases} y = y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \\ x = x_0 + V_{0x} \cdot t \end{cases}, \quad (42)$$



де $V_{0x} = V_0 \cdot \cos \varphi = 16,8 \text{ (м/с)}$;

$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin \varphi.$$

Знаходимо t – час польоту. Наприкінці польоту висота списа нульова:

$$y_0 + V_0 \cdot \sin \varphi \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = 0$$

Вирішимо це квадратне рівняння відносно t :

$$t_{1,2} = \frac{V_0 \cdot \sin \varphi \pm \sqrt{(V_0 \cdot \sin \varphi)^2 - 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot (-y_0)}}{g} = \frac{16,8 \pm 17,93}{9,81}$$

Вибираємо $t > 0$

$$t = \frac{34,79}{9,81} = 3,5 \text{ (с)}$$

$$x = x_0 + V_{0x} \cdot t,$$

оскільки $x_0 = 0$, то $x = 16,8 \cdot 3,5 = 58,8 \text{ (м)}$

Відповідь: $x = 58,8 \text{ м}$.

Задача 2

$$H = 3 \text{ м}$$

$$\Delta t = 0,1 \text{ с}$$

$$P = 981 \text{ Н}$$

R - ?

1. Потенційна енергія спортсмена на висоті $h = 3 \text{ м}$

$$E_n = m \times g \times h$$

2. У момент зіткнення з опорою: (тому що не враховується опір повітря) E_n цілком переходить у кінетичну енергію:

$$E_k = \frac{mV_2^2}{2} \qquad E_n = E_k$$

З вираження $m \times g \times h = \frac{mV_2^2}{2}$ знаходимо $V_2 = \sqrt{2 \times g \times h}$

3. У момент зістрибування реакція опори дорівнює силі впливу спортсмена на опору: $R = F$

З огляду на те, що $F = m \times a$ і $a = \frac{(V_2 - V_1)}{\Delta t}$, де початкова швидкість

дорівнює нулю, одержимо $F = \frac{mV_2}{\Delta t}$.

Підставимо значення для V_2 , і визначимо значення сили:

$$F = \frac{m\sqrt{2 \times g \times h}}{\Delta t}$$

Тоді $R = \frac{m\sqrt{2 \times g \times h}}{\Delta t}$

4. Вага спортсмена дорівнює $P = m \times g$. Визначимо масу спортсмена:

$$m = \frac{P}{g}, \text{ тоді } R = \frac{P \sqrt{2 \times g \times h}}{g \times \Delta t} = \frac{981 \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 3}}{9,81 \times 0,1} = 7672(\text{н})$$

Відповідь: реакція опори складає 7672 ньютонів.

Задача 3

Рішення

$$m = 0,5 \text{ кг}$$

$$\Delta t = 0,02$$

$$V = 15 \text{ м/с}$$

$F = ?$ т. к. початкова швидкість м'яча $V_1 = 0$, то

Запишемо 2-й закон Ньютона:

$$F = m \cdot a,$$

$$\text{де } a = \frac{DV}{Dt} = \frac{V_2 - V_1}{Dt}.$$

Оскільки початкова швидкість м'яча нульова, то

$$F = m \frac{V_2}{Dt} = \frac{0,5 \times 15}{0,02} = 375 \text{ н.}$$

Відповідь: середнє значення сили удару по нерухомому м'ячу складає 375 Н.

Задача 4

$$\varphi = 45^\circ$$

$$x = 5 \text{ м}$$

$$y_0 = 1,1 \text{ м}$$

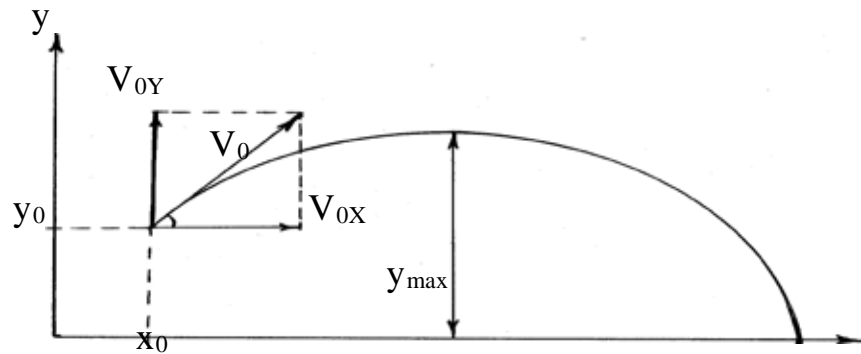
$$V_0 = ?$$

Траєкторія руху ЗЦМТ тіла спортсмена задається системою двох рівнянь:

$$\begin{cases} y = y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}, \\ x = x_0 + V_{0x} \cdot t \end{cases},$$

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos \varphi, \quad V_{0y} = V_0 \cdot \sin \varphi$$

Оскільки $\varphi = 45^\circ \Rightarrow \cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, то $V_{0x} = V_{0y} = V_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$



x

З другого рівняння системи

$$x = x_0 + V_{0x} \cdot t$$

Оскільки $x_0 = 0$, то $x = V_{0x} \cdot t$. Тоді $V_{0x} = x/t = V_{0y}$

З огляду на, що наприкінці польоту $y = 0$, підставимо це вираження в перше рівняння і запишемо

$$0 = y_0 + x - \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(y_0 + x)}{g}}$$

$$V_0 = V_{0x} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{x}{t} = \frac{x \times \sqrt{g}}{\sqrt{2(y_0 + x)} \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{5 \times 3,2}{\sqrt{6,1 \times \sqrt{2}}} = 6,41 \text{ (м/с)}$$

Відповідь: початкова швидкість $V_0 = 6,41 \text{ м/с}$

Задача 5

$$m=100 \text{ кг}$$

$$\Delta t=0,1 \text{ с}$$

$$F=2500 \text{ Н}$$

$$V = ?$$

Імпульс сили дорівнює зміні кількості руху тіла:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot V - m \cdot V_0$$

Оскільки початкова швидкість тіла спортсмена за умовою дорівнює нулю ($V_0 = 0$), то

$$F \cdot \Delta t = m \cdot V,$$

звідки
$$V = \frac{F \cdot \Delta t}{m} = \frac{2500 \cdot 0,1}{100} = 2,5 \text{ м/с}$$

Відповідь: швидкість $V = 2,5 \text{ м/с}$

Задача 6

Опір повітря = 2%

$$V_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$\varphi = 45^\circ$$

$$y_0 = 1,8 \text{ м}$$

$$x = ?$$

Траєкторія руху ЗЦМ диска описується системою двох рівнянь:

$$\begin{cases} y = y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}, \\ x = x_0 + V_{0x} \cdot t \end{cases},$$

де $V_{0x} = V_0 \cdot \cos \varphi = V_0 \cdot 0,7$;

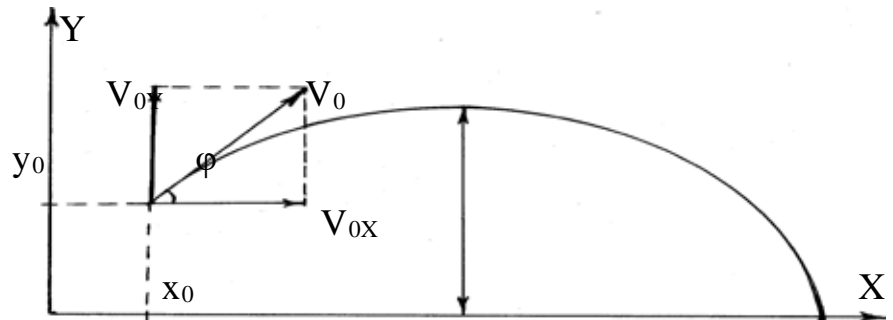
$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin \varphi = V_0 \cdot 0,7.$$

Оскільки $x_0 = 0$, то $x = V_{0x} \cdot t = 10 \cdot 0,7 \cdot t = 7 \cdot t$

З першого рівняння системи визначимо час польоту диска. Оскільки наприкінці польоту $y=0$, то

$$y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = 0$$

$$\frac{g \cdot t^2}{2} - V_0 \cdot \sin j \cdot t - y_0 = 0$$



Підставимо числові значення:

$$\frac{9,81 \cdot t^2}{2} - 7 \cdot t - 1,8 = 0$$

Вирішуючи квадратне рівняння, одержимо

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{4,9 + 2 \cdot 9,8 \cdot 1,8}}{9,8} = \frac{7 \pm 9,18}{9,8}$$

$$t = 1,65 \text{ (с)}$$

Визначимо дальність польоту без обліку опору повітря –

$$x_1 = 7 \cdot 1,65 = 11,55 \text{ (м)}$$

З урахуванням опору повітря

$$x = x_1 \cdot 0,98 = 11,3 \text{ (м)}$$

Відповідь: $x = 11,3 \text{ м}$

Задача 7

$$\varphi = 30^\circ$$

$$m = 70 \text{ кг}$$

$$k_{\text{тр}} = 0,05$$

$$\underline{F_{\text{тр}} - ?}$$

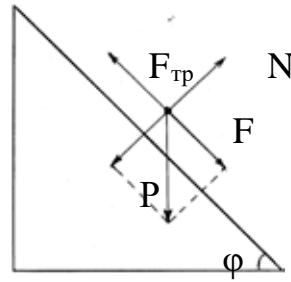
Сила тертя визначається за формулою

$$F_{\text{тр}} = k_{\text{тр}} \cdot N,$$

де N - сила реакції опори.

З малюнка видно, що

$$N = m \cdot g \cdot \cos \varphi$$



$$\text{Тоді } F_{\text{тр}} = M \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi = 0,05 \cdot 70 \cdot 9,81 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 29,7 \text{ (Н)}$$

Відповідь: сила тертя лиж об сніг дорівнює 29,7 Н.

Задача 8

$$P = 100 \text{ Н}$$

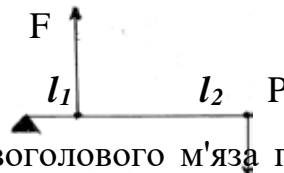
$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{9}$$

$$F_{\text{тяги}} = ?$$

Для рівноваги необхідно, щоб момент сили дорівнював моменту ваги:

$$F_{\text{тяги}} \cdot l_1 = P \cdot l_2$$

$$F_{\text{тяги}} = \frac{P \cdot l_2}{l_1} = \frac{100 \cdot 9}{1} = 900 \text{ (Н)}$$



Відповідь: сила тяги двоголового м'яза при підйомі вантажу 100 Н складає 900 Н.

Задача 9

$$m = 75 \text{ кг}$$

$$\Delta t = 2 \text{ с}$$

$$V = 36 \text{ км/ч}$$

$$F = ?$$

$$V = 36000\text{м}/3600\text{с} = 10 \text{ м/с}$$

У момент старту імпульс сили дорівнює зміні імпульсу тіла:

$$F \cdot \Delta t = mV - mV_0$$

Оскільки $V_0=0$, то $F \cdot \Delta t = mV$,

$$\text{то} \quad F = \frac{mV}{\Delta t} = \frac{75\text{кг} \times 10\text{м/с}}{2\text{с}} = 375 \text{ (Н)}$$

Відповідь: у момент старту на спортсмена повинна діяти сила 375 Н.

Задача 10

$$m=70\text{кг}$$

$$H=2\text{м}$$

$$k=1000\text{Н/м}$$

$$F=?$$

Потенційна енергія спортсмена $E_{\text{п}}$:

$$E_{\text{п}} = m \cdot g \cdot h$$

на висоті 2м переходить у кінетичну енергію $E_{\text{к}}$.

$$E_{\text{п}} = E_{\text{к}}$$

$$E_{\text{к}} = \frac{mV^2}{2} \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{2 \times g \times h}$$

Реакція опори

$$R = F - F_y = m \times a - k \times x = \frac{m \times (V - V_0)}{\Delta t} - k \times x$$

Знаходимо час амортизації. Для цього знаходимо спочатку середню швидкість за час амортизації.

$$\text{Оскільки } V_0 = 0, \text{ то } V_{\text{ср}} = \frac{V + V_0}{2} = \frac{V}{2}$$

$$Dt = \frac{x}{V_{\text{ср}}} = \frac{2x}{V}$$

$$R = \frac{m \times V \times V}{2x} - k \times x = \frac{m \times 2g \times h}{2x} - k \times x = \frac{70 \times 9,8 \times 2}{2,5 \times 10^{-3}} - 1000 \times 2,5 \times 10^{-3} = 24999995(\text{H})$$

Відповідь: підлога діє на гімнаста із силою 24999995Н.

Задача 11

$$m = 75 \text{ кг}$$

$$d = 15 \text{ см}$$

$$F_{\text{опр}} = 150 \text{ Н}$$

$$h = 1 \text{ м}$$

$$K = ?$$

Ступінь стійкості визначається коефіцієнтом стійкості К:

$$K = \frac{M_{\text{уст}}}{M_{\text{опр}}}$$

$$K = \frac{m \times g \times d}{F_{\text{опр}}} = \frac{75 \times 9,81 \times 0,15}{150 \times 1} = \frac{110,36}{150} = 0,7$$

Відповідь: оскільки $K = 0,7 < 1$, тіло хитливе.

Задача 12

$$V_1 = 18 \text{ км/год} = 18000 \text{ м} / 3600 \text{ с} = 5 \text{ м/с}$$

$$V_2 = 36 \text{ км/год} = 36000 \text{ м} / 3600 \text{ с} = 10 \text{ м/с}$$

$$m = 0,5 \text{ кг}$$

$$I_{\text{уд.}} = ?$$

Ударний імпульс дорівнює зміні кількості руху:

$$I_{\text{уд.}} = mV_1 + mV_2$$

$$I_{\text{уд.}} = 0,5 \cdot (5 + 10) = 0,5 \cdot 15 = 7,5 \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right)$$

Відповідь: ударний імпульс складає **7,5** $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

Задача 13

$$m_{\text{чел}} = 70 \text{ кг}$$

$$m_{\text{лод}} = 50 \text{ кг}$$

$$V_1 = 7,2 \text{ км/ч}$$

$$V_2 = 0$$

$$V = ?$$

Імпульс системи на початку стрибка дорівнює $(m_{\text{чел}} + m_{\text{лод}}) \cdot V$. З закону збереження випливає, що імпульс системи до взаємодії дорівнює імпульсу системи після взаємодії:

$$m_{\text{чел}} \cdot V_1 = (m_{\text{чел}} + m_{\text{лод}}) \cdot V$$

Тоді

$$V = \frac{m_{\text{чел}}}{m_{\text{лод}} + m_{\text{чел}}} \cdot V_1 = \frac{70}{50 + 70} \cdot 2 = 1,17 \text{ (м/с)}.$$

Відповідь: швидкість човна 1,17 м/с

Задача 14

$$m = 100 \text{ кг}$$

$$t = 0,3 \text{ с} = 10 \text{ м/с}^2 \quad \text{Оскільки}$$

$$N = ? \quad \frac{S}{t} = V_{\text{ср}}, \text{ де } V_{\text{ср}} - \text{середня швидкість,}$$

Потужність задається формулою

$$N = \frac{A}{t},$$

де $A = F \cdot S = m \cdot g \cdot S$.

Тоді $N = m \cdot g \cdot V_{cp}$

Оскільки $V_{cp} = \frac{V_{начальн} + V_{конечн}}{2} = \frac{0 + a \cdot t}{2} = \frac{a \cdot t}{2}$,

то

$$N = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot a \cdot t = 0,5 \cdot 100 \cdot 9,81 \cdot 10 \cdot 0,3 = 1471,5 \text{ (Вт)}$$

Відповідь: потужність, що розвивається штангістом, дорівнює 1471,5Вт.

Задача 15

$$V_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$\varphi = 45^\circ \text{ тогдa}$$

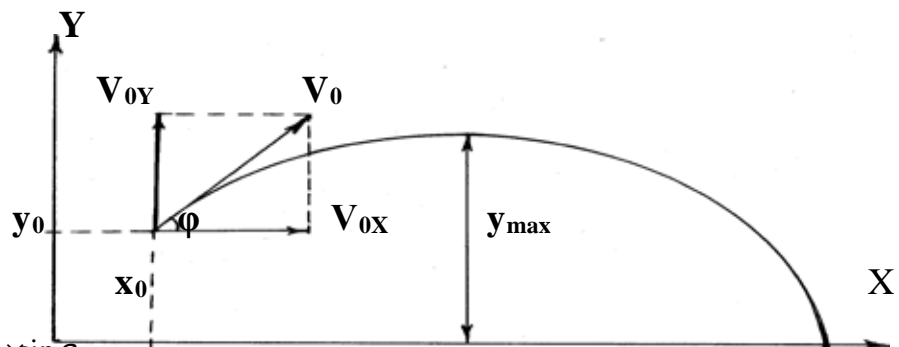
$$y_0 = 2 \text{ м}$$

$$y = ?$$

У верхній точці $V_y = 0$,

тоді $V_y = V_{0y} - gt = 0$. Звідси одержимо

$$t = \frac{V_{0y}}{g}$$



Оскільки $V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha$,

$$\text{то } t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{10 \cdot 0,707}{9,81} = 0,72 \text{ с}$$

$$\begin{aligned}
 y &= y_0 + V_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} = \\
 &= 2 + 10 \cdot 0,0707 \cdot 0,72 - \frac{9,81}{2} \cdot 0,52 = \\
 &= 2 + 5,09 - 2,55 = 4,54 \text{ (м)}
 \end{aligned}$$

Відповідь: найбільша висота польоту списа 4,54 м.

Задача 16

$$V_0 = 15 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$y_0 = 2 \text{ м}$$

$$x = ?$$

Траєкторія польоту списа описується системою рівнянь:

$$\begin{cases}
 y = y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{g t^2}{2}, \\
 x = x_0 + V_{0x} \cdot t
 \end{cases}$$

Наприкінці польоту списа $y = 0$

$$\frac{g t^2}{2} - V_{0y} \cdot t - y_0 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{V_{0y} \pm \sqrt{V_{0y}^2 - 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot (-y_0)}}{2 \cdot g / 2}$$

$$V_{0x} = V_{0y} = V_0 \cdot 0,7 = 10,5 \text{ м/с}$$

$$t_{1,2} = \frac{10,5 \pm \sqrt{10,25 + 39,2}}{9,8} = \frac{10,5 \pm 12,2}{9,81};$$

$$t > 0, \quad t = \frac{22,7}{9,81} = 2,32 \text{ (с)}$$

$$\text{Дальність } x = 10,5 \cdot 2,32 = 24,36 \text{ (м)}$$

Відповідь: дальність польоту списа складає 23,9 м.

Задача 17

$$h=2,5\text{м}$$

$$h_0=1,2\text{м} \quad \text{тіла спортсмена} \quad E_K = \frac{mV_0^2}{2}$$

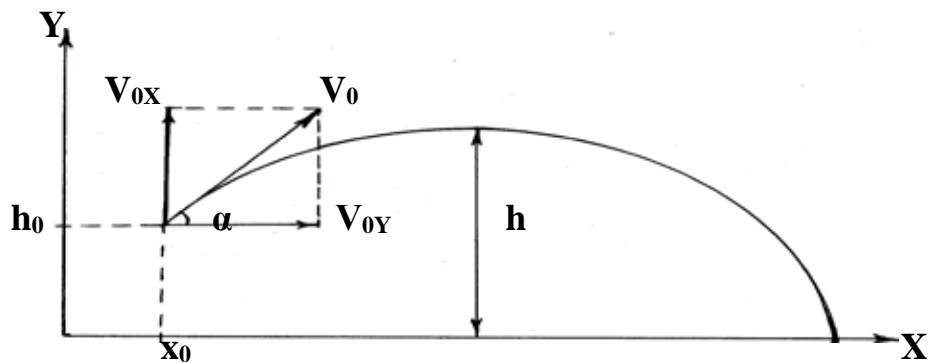
$\alpha=60^\circ$ У верхній крапці вона переходить у потенційну.
 V_{0y} -?

У точці вильоту ЗЦТ кінетична енергія

$$E_{\text{П}}=m \cdot g \cdot (h-h_0):$$

$$E_K=E_{\text{П}}$$

$$m \cdot V_0^2 / 2 = m \cdot g \cdot (h-h_0) \quad \Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{2 \times g \times (h - h_0)}$$



$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha = \sqrt{2g(h - h_0)} \times \sin \alpha =$$

$$\sqrt{2 * 9,81(2,5 - 1,2)} \times 0,87 = 5,05 * 0,87 \approx 4,4 \text{ (м/с)}$$

Відповідь: вертикальна складова $V_{0y} = 4.4 \text{ м/с}$.

Задача 18

$$V = 54\text{км/год} = 15\text{м/с}$$

$$M = 10\text{г} = 0,01\text{ кг}$$

$$A = ?$$

$$A = E_k = \frac{m \times V^2}{2} + \frac{m \times V^2}{2} = 0,01 \times 15^2 = 2,25 (\text{дж})$$

Відповідь: $A=2,25$ Дж

Задача 19

$$t=0,5 \text{ с}$$

$$m=150 \text{ кг}$$

A-?

$$A = F \cdot S = F \cdot V \cdot t / 2,$$

де $V = 5 \cdot t = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ (м/с)}$

$$F = m \cdot g = 150 \cdot 9,81 = 1471,5 \text{ Н.}$$

Тоді

$$A = 1471,5 \cdot 2,5 \cdot 0,5 = 1844,75 \text{ Дж.}$$

Відповідь: робота, виконана штангістом, складає 1844,75 Дж.

Задача 20

$$V_0 = 15 \text{ м/с}$$

$$\varphi = 45^\circ$$

$$y_0 = 2 \text{ м}$$

$$x = ?$$

Траєкторія польоту ядра описується системою рівнянь:

$$\begin{cases} y = y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}, \\ x = x_0 + V_{0x} \cdot t \end{cases},$$

де $V_{0x} = V_0 \cdot \cos \varphi$

$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin \varphi.$$

З першого рівняння визначимо час польоту. Оскільки при приземленні $y = 0$, то, вирішуючи квадратне рівняння

$$y_0 + V_0 \times \sin j - \frac{g \times t^2}{2} = 0$$

$$\frac{g \times t^2}{2} - V_0 \times \sin j - y_0 = 0,$$

одержимо $t_{1,2} = \frac{V_0 \times \sin j \pm \sqrt{(V_0 \times \sin j)^2 - 4 \times \frac{g}{2} \times (-y_0)}}{g}$

$$t = \frac{15 \times 0,707 \pm \sqrt{(15 \times 0,707)^2 - 4 \times \frac{9,81}{2} \times (-2)}}{9,81} =$$

$$= \frac{10,605 \pm \sqrt{112,47 + 39,24}}{9,81} = \frac{10,605 \pm 12,32}{9,81}$$

Оскільки $t_2 < 0$, то $t = t_1 = 2,34$ (с).

Підставимо значення t у друге рівняння:

$$x = V_{0x} \cdot t = V_0 \cdot t \cdot \cos \alpha = 15 \cdot 0,707 \cdot 2,34 = 24,8 \text{ м}$$

Внаслідок опору повітря дальність польоту зменшується

$$x = 0,99 \cdot 24,8 = 24,55 \text{ м}$$

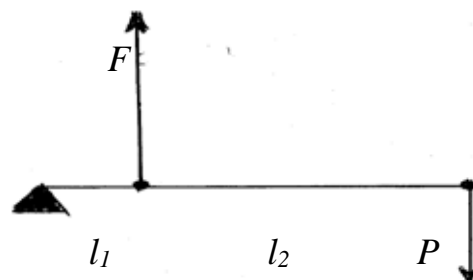
Відповідь: дальність 24,55 м.

Задача 21

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{9}$$

$$F_T = 900 \text{ Н}$$

$$P = ?$$



$$F_{тягу} \cdot l_1 = P \cdot l_2$$

$$P = F_m \cdot \frac{l_1}{l_2} = \frac{900 \times 1}{9} = 100 \text{ H}$$

Відповідь: вага вантажу 100Н

Задача 22

$$x=5\text{м}$$

$$y_0=1,1\text{м}$$

$$a=30^\circ$$

$$V_0=?$$

$$\text{Дальність } x = V_0 \cdot t \cdot \cos a$$

$$\text{Оскільки } 5 = V_0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times t,$$

$$\text{то } V_0 = \frac{5 \times 2}{t \times \sqrt{3}}$$

Визначимо час польоту

$$\frac{g \times t^2}{2} - V_0 \times \sin a - y_0 = 0$$

$$4,9 \cdot t^2 - V_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot t - 1,1 = 0$$

Підставляємо V_0

$$4,9 \times t^2 - \frac{5 \times 2}{t \times \sqrt{3}} \times \frac{1}{2} \times t - 1,1 = 0$$

$$4,9 \times t^2 - \frac{5}{1,73} - 1,1 = 0$$

$$4,9t^2 - 4 = 0$$

$$t = \sqrt{\frac{4}{4,9}} = 0,9(c)$$

Підставляємо t у рівнянні для V_0

$$V_0 = \frac{5 \times 2}{\sqrt{3} \times 0,9} = \frac{10}{1,56} = 6,4 \text{ (м/с)}$$

Відповідь: швидкість вильоту ЗЦМ тіла спортсмена складає 6,4 м/с .

Задача 23

$$h = 2 \text{ м}$$

$$t = 2 \text{ с (кг)}$$

$$N = 0,8 \text{ кВт}$$

$$m = ?$$

У даному випадку потужність обраховується за формулою

$$N = \frac{A}{t} = \frac{m \times g \times h}{t}$$

Звідси

$$m = \frac{N \times t}{g \times h} = \frac{800 \times 2}{9,8 \times 2} = 80,89$$

Відповідь: маса штанги 80,89 кг

Задача 24

$$m = 0,5 \text{ кг}$$

$$V = 36 \text{ км/ч}$$

$$Y = ?$$

$$V = 10 \text{ м/с}$$

$$Y = m \cdot V = 0,5 \cdot 10 = 5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

Відповідь: ударний імпульс дорівнює 5 кг·м/с

Задача 25

$$M = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг}$$

$$V_1 = 18 \text{ км/ч} = 5 \text{ м/с}$$

$$V_2 = 24 \text{ км/ч} = 6,7 \text{ м/с}$$

$$F = ?$$

Імпульс сили дорівнює зміні кількості руху:

$$F \cdot t = m \cdot V_2 - m \cdot V_1$$

$$F = \frac{m \times (V_2 - (-V_1))}{t} = \frac{0,5 \times (5 + 6,7)}{0,1} = \frac{5,85}{0,1} = 58,5 (Н)$$

Відповідь: по м'ячу потрібно вдарити з силою 58,5 (Н)

Задача 26

$$\begin{array}{l} m=100\text{г} \\ h=1\text{ м} \\ \hline A=? \end{array}$$

$$A = 9.8 \text{ м} \cdot h = 9.8 \cdot 0.100 \cdot 1 = 1 \text{ Дж}$$

Відповідь: $A = 1 \text{ Дж}$

Задача 27

$$n = 100000$$

$$h = 10\text{см} = 0.1\text{м}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$A = ?$$

$$A = 9.8 \cdot m \cdot h \cdot n = 9.8 \cdot 1 \cdot 0.1 \cdot 100000 = 100000 \text{ Дж} = 100 \text{ кДж.}$$

Відповідь: $A = 100 \text{ кДж.}$

7. ПИТАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

1. Види біомеханічних характеристик
2. Кінематичні характеристики.
3. Системи відліку відстані
4. Системи відліку часу.
5. Динамічні характеристики.
6. Поняття інерції й інертності.
7. Види динамічних характеристик.
8. Енергетичні характеристики.
9. Перехід одних видів енергії в інші.
10. Сили в рухах людини.
11. Класифікація сил:
12. Сили інерції зовнішніх тел.
13. Сили ваги і вага.
14. Сили реакції опори.
15. Сили пружної деформації.
16. Сили тертя.
17. Сили внутрішні що до людини.

8. ДОДАТОК

ХАРАКТЕРИСТИКИ РУХІВ ЛЮДИНИ

Характеристика	Механічна величина	Позначення і формула	Одиниця виміру (в СІ)	Формула розмірності
Координата лінійна Координата лінійна	Довжина	$S_x = OA_x$ $S_y = OA_y$ $S_z = OA_z$	метр (<i>м</i>)	<i>L</i>
Координата кутова	Кут	$\varphi = S/r$	радиан (<i>рад</i>)	L°
Переміщення лінійне	Довжина	$\Delta S = S_t - S_0$	<i>м</i>	<i>L</i>
Переміщення кутове	Кут	$\Delta \varphi = \varphi_t - \varphi_0$	<i>рад</i>	L°
Довжина траєкторії	Довжина	$l = \sum dS$	<i>м</i>	<i>L</i>
Кривизна траєкторії	—	$k = 1/R$	—	L^{-1}
Момент часу	Час	<i>t</i>	секунда (<i>с</i>)	<i>T</i>
Тривалість руху	Час	$\Delta t = t_1 - t_0$	<i>с</i>	<i>T</i>
Темп рухів	Частота	$N = \lambda / \Delta t$	герц (<i>гц</i>)	T^{-1}
Ритм рухів	—	$R = \Delta t_{21} : \Delta t_{32}$	—	T°
Швидкість крапки	Швидкість	$v = dS/dt$	<i>м/с</i>	LT^{-1}
Швидкість кутова	Швидкість кутова	$\omega = d\varphi/dt$	<i>рад/с</i>	$L^\circ T^{-1}$
Прискорення лінійне	Прискорення	$a = dv/dt$	<i>м/с²</i>	LT^{-2}
Прискорення нормальне	Прискорення	$a_n = v^2/r = r \cdot \omega^2$	<i>м/с²</i>	LT^{-2}
Прискорення тангенціальне	Прискорення	$a_T = dv/dt = r \cdot \varepsilon$	<i>м/с²</i>	LT^{-2}
Прискорення кутове	Прискорення	$\varepsilon = d\omega/dt$	<i>рад/с²</i>	LT^{-2}
Маса	Маса	$m = F/a$	килограмм (<i>кг</i>)	<i>M</i>
Момент інерції тіла	Момент інерції тіла	$I = \sum m_i \cdot r_i^2$	<i>кг·м²</i>	$L^2 M$
Радіус інерції	Радіус інерції	$R_{ин} = \sqrt{i/m}$	<i>м</i>	<i>L</i>
Сила	Сила	$F = m \cdot a$	НЬЮТОН (<i>н</i>) <i>кг·м/с²</i>	LMT^{-2}
Сила доцентрова	Сила	$F_{цс} = mv^2/r = m \cdot r \cdot \omega^2$	<i>н</i>	LMT^{-2}
Сила інерції	Сила	$F_{ин} = m \cdot a$	<i>н</i>	LMT^{-2}
Сила пружної деформації	Сила	$F_{упр} = C \cdot \Delta l$	<i>н</i>	LMT^{-2}
Характеристика	Механічна величина	Позначення і формула	Одиниця виміру (в СІ)	Формула розмірності

Сила тяжіння	Сила	$F_{тяг} = g \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$	н	LMT^{-2}
Сила ваги	Сила	$G = F_{тяг} + F_{ин}$	н	LMT^{-2}
Сила дії середовища	Сила	$R_x = S \cdot C_x \cdot \rho \cdot v^2$	н	LMT^{-2}
Сила тертя	Сила	$T = k_{мп} \cdot N$	н	LMT^{-2}
Момент сили полярний	Момент сили	$M_c(F) = F \cdot d$	ньютон·метр (н·м)	L^2MT^{-2}
Момент сили осьовий	Момент сили	$M_z(F) = F_T \cdot d$	н·м	L^2MT^{-2}
Імпульс сили	Імпульс сили	$S = \int_{t_0}^t F dt$	ньютон·секунда (н·с)	LMT^{-1}
Імпульс моменту сили	Імпульс моменту сили	$S_z = \int_{t_0}^t M_z(F) dt$	ньютон·метр·секунда (н·м·с)	L^2MT^{-1}
Кількість руху	Кількість руху	$K = m \cdot v$	кг·м/с	LMT^{-1}
Кінетичний момент	Кінетичний момент	$K_z = I \cdot \omega$	кг·м ² /с	L^2MT^{-1}
Робота сили	Робота сили	$A = \int_0^s F \times ds$	джоуль (дж) (н·м)	L^2MT^{-2}
Робота сили ваги	Робота сили	$A_{тяж} = P \cdot h$	дж	L^2MT^{-2}
Робота пружної сили	Робота сили	$A_{упр} = G \cdot \Delta l^2 / 2$	дж	L^2MT^{-2}
Робота сили тертя	Робота сили	$A_{ТР} = -k_{ТР} N \cdot s$	дж	L^2MT^{-2}
Потужність сили	Потужність сили	$N = dA/dt = F \cdot v$	ватт (вт) (дж/с)	L^2MT^{-3}
Кінетична енергія тіло рухається поступально	Кінетична енергія	$E_{к(пост)} = mv^2/2$	дж	L^2MT^{-2}
Кінетична енергія обертового тіла	Кінетична енергія	$E_{к(обр)} = I\omega^2/2$	дж	L^2MT^{-2}
Потенційна енергія в поле сил ваги	Потенційна енергія в	$E_{п(тяж)} = C \cdot h$	дж	L^2MT^{-2}
Потенційна енергія пружно деформованого тіла	Потенційна енергія в	$E_{п(упр)} = C \cdot \Delta l^2 / 2$	дж	L^2MT^{-2}

Література

1. Агашин Ф.К. Биомеханика ударных движений / Ф.К. Агашин. – М.: ФиС, 1977. – 190 с.
2. Биомеханика спорту / Під загальною редакцією А.М.Лапутіна. – К.: Олімпійська література, 2005. – 319 с.
3. Беляєв В.П. “Биомеханичний аналіз техніки веслових видів спорту”. Методичні вказівки для самостійної роботи студентів / В.П. Беляєв, Е.В. Борисов, В.Є. Суріков. – Дніпропетровськ: ДДФКіС, 2009. – 57 с.
4. Беляєв В.П. Биомеханика рухових дій тіла спортсмена / В.П. Беляєв, В.Є. Суріков. – Дніпропетровськ: ДДФКіС, 2015. – 81 с.
5. Беляєв В.П. Збереження положення тіла. Рухи на місці / В.П. Беляєв, В.Є. Суріков. – Дніпропетровськ: ДДФКіС, 2015. – 52 с.
6. Беляєв В.П. Локомоторні рухи / В.П. Беляєв, В.Є. Суріков. – Дніпропетровськ: ДДФКіС, 2015. – 49 с.
7. Бочаров, А.Ф. Биомеханика: Учебное пособие [Текст] / А.Ф. Бочаров, Г.П. Иванова, В.П. Муравьев. – СПб. [б.и.]: СПбГАФК им. П.Ф. Лесгафта, 2000. – 74 с.
8. Бранков Г. Основы биомеханики / Г. Бранков. – М.: Мир, 1981. – 191 с.
9. Годик М.А. Контроль тренировочных нагрузок / М.А. Годик. – М.: ФиС, 1988 – 130 с.
10. Донской Д.Д. Биомеханика с основами спортивной техники / Д.Д. Донской. – М.: ФиС, 1971. – 169 с.
11. Донской Д.Д. Биомеханика : Учебник для институтов физической культуры./ Д.Д. Донской, В.М. Зациорский. – М.: ФиС, 1979. – 264 с.
12. Донской Д.Д. Движения спортсмена: Очерки по биомеханике спорта / Д.Д. Донской. – М.: Физкультура и спорт, 1965. – 90 с.
13. Донской Д.Д. Законы движений в спорте: Очерки по структурности движений / Д.Д. Донской. – М.: ФиС, 1968. – 176 с.

14. Дубровский В.И. Биомеханика. Учебник для вузов ф/к / В.И. Дубровский В.И., В.Н. Федорова. – М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2008. – 260 с.
15. Жуков Е.К. Биомеханика физических упражнений / Е.К. Жуков, Е.Г. Котельникова, Д.А. Семенов. – М.: ФиС, 1963. – 260 с.
16. Загrevский В.И. Биомеханика физических упражнений. Учебное пособие / В.И. Загrevский. – Могилев: МГУ им А.А. Кулешова, 2002 с.
17. Задания и методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу “Биомеханика” / Сост. А.И. Навойчик. – Гродно: ГрГУ, 1992. - С. 3-8.
18. Зациорский В.М. Биомеханика двигательного аппарата человека / В.М. Зациорский, А.С. Арутин, В.Н. Селуянов. – М.: Физкультура и спорт, 1981. – 143 с.
19. Иванов В.В. Комплексный контроль в подготовке спортсменов / В.В. Иванов. – М.: ФиС, 1987. – 256 с.
20. Кадочников А.А. Рукопашный бой. Введение / А.А. Кадочников. – Краснодар, Тверь, 2002. – 139 с.
21. Кизилова Н.Н. Методические указания для подготовки к тестированию по курсу “Основы биомеханики” / Н.Н. Кизилова. – Харьков: ХНУ, 2012. – 16 с.
22. Кичайкина Н.Б. Биомеханика: Учебное-методическое пособие [Текст] / Н.Б. Кичайкина, И.М. Козлов, А.В. Самсонова / Под ред. Н.Б. Кичайкиной. – СПб: СПбГУФК [б.и.], 2008. – 160 с.
23. Козлов И.М. Биомеханические факторы организации спортивных движений: монография [Текст] / И.М. Козлов Санкт-Петербургская гос. академия физ. культуры им. П.Ф. Лесгафта – СПб, [б.и.], 1998.– 141 с.
24. Козлов И.М. Практикум по биомеханике / И.М. Козлов. – М.: ФиС, 1980. – 80 с.
25. Коренберг В.Б. Основы качественного биомеханического анализа / В.Б. Коренберг. – М.: Физкультура и спорт, 1979. – 208 с.

- 26.Лапутин А.Н. Биомеханика физических упражнений. / А.Н. Лапутин, В.Е. Хапко.– К.: Рад. Шк., 1986. – 131 с.
- 27.Лейкин М.Г. Эргономическая биомеханика спорта и медицины / М.Г. Лейкин М.Г. – Симферополь: СимфГУ, 1991. – 208 с.
- 28.Назаров В.Т. Биомеханическая стимуляция: явь и надежды / В.Т. Назаров. –Мн., Польша, 1986. – 108 с.
- 29.Назаров В.Т. Движения спортсмена / В.Т. Назаров. – Мн.: Польша, 1984. – 47 с.
- 30.Петров В.А. Механика спортивных движений / В.А. Петров, Ю.А. Гагин. – М.: ФиС, 1974. – 230 с.
- 31.Попов Г.И. Биомеханика: Учебник для студ. высш. учеб. заведений / Г.И. Попов. – М.: Издательский центр "Академия", 2005. – 256 с.
- 32.Практикум по биомеханике / Под общ. Ред. И.М.Козлова. – М.: ФиС, 1980. – 80 с.
- 33.Романенко В.А. Диагностика двигательных способностей. Учебное пособие / В.А. Романенко . – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – 290 с.
- 34.Самсонова А.В. Моторная и сенсорная функции мышц в биомеханике локомоций: монография [Текст] / А.В.Самсонова; Санкт-Петербургский гос. ун-т физ. культуры им. П.Ф.Лесгафта.– СПб: [б.и.], 2007.– 152 с.
- 35.Сотский Н.Б. Биомеханика / Н.Б. Сотский Н.Б. – Мн: БГУФК, 2005. – 132 с.
- 36.Сотский Н.Б. Курс лабораторных работ по биомеханике / Н.Б. Сотский, О.Н. Козловская, Ж.В. Корнеева Ж.В. – Мн.: БГУФК, 2007. – 102 с.
- 37.Уткин В.Л. Биомеханика физических упражнений / В.Л. Уткин. – М.: Просвещение, 1989. – 232 с.
- 38.Уткин В.Л. Измерения в спорте: Введение в спортивную метрологию / В.Л. Уткин. – М.: ГЦОЛИФК, 1978. – 199 с.
- 39.Чхаидзе Л.В. Об управлении движениями человека / Л.В. Чхаидзе. – М.: Физкультура и спорт, 1970. – 103 с.

Зміст

1. Вступ	4
2. Біомеханічні характеристики спортивних рухів	6
2.1. Структура поняття “біомеханічні характеристики”	6
2.2. Кінематичні характеристики	8
2.1.1. Просторові характеристики	8
2.1.2. Часові характеристики	10
2.1.3. Просторово-часові характеристики	10
2.3. Динамічні характеристики	12
2.3.1. Міри стану	12
2.3.2. Міри інертності	14
2.3.3. Силові характеристики	17
2.4. Енергетичні характеристики	19
3. Сили в рухах людини	21
3.1. Зовнішні щодо системи сили	22
3.2. Внутрішні щодо системи сили	30
4. Одиниці вимірювання біомеханічних характеристик	33
5. Умови задач	34
6. Відповіді і рішення	39
7. Додаток	58
8. Література	60