

ПРИДНІПРОВСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ФІЗИЧНОЇ КУЛЬТУРИ І СПОРТУ

Суріков В.Є.

БІОМЕХАНІКА СПОРТА

Методичний посібник для аудиторної і самостійної
роботи студентів

Дніпро – 2017

УДК [7А.06]

Суріков В.Є. Біомеханіка спорту: лабораторний практикум. – Дніпро: Придніпровська державна академія фізичної культури і спорту, 2017. – 61 с.

Рецензент: кандидат педагогічних наук, доцент кафедри теорії та методики спортивної підготовки Придніпровської державної академії фізичної культури і спорту К.С. Яримбаш І.Т.

Курс біомеханіки спорту має за мету ознайомлення студентів з загальними основами біомеханіки як науки про рухи людини і дати необхідні відомості про біомеханічне обґрунтування фізичних вправ.

Посібник містить методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт з курсу “Біомеханіка”. Виконання даних робіт повинно дозволити набути студентам практичних навиків з застосування теоретичних знань, одержаних у ході прослуховування лекційного курсу.

Виходячи з того, що студенти повинні володіти знаннями в об’ємі середньої школи, у посібнику матеріали з механіки розглядаються лише у межах, необхідних для виконання розрахунково-графічних робіт.

Освоєння приведених понять сприяє більш грамотному осмисленню явищ, що відбуваються при зміні положень тіла людини, формуванні рухової активності і взаємозв'язків між силовими діями в системі спортсмен – навколишнє середовище, явищ і закономірностей енергетичного обміну та ін.

Методичний посібник повинен полегшити студентам другого курсу інституту вивчення теорії з біомеханіки спорту при самостійній підготовці до екзаменів.

Методичний посібник для аудиторної і самостійної роботи студентів затверджено на засіданні кафедри анатомії, біомеханіки і спортивної метрології (протокол № 14 від 19.06.2017 р.),

рекомендовано до друку Науково-методичною радою Придніпровської державної академії фізичної культури і спорту (протокол № від 2017 р.).

В с т у п

Основною задачею біомеханіки фізичних вправ є оцінка ефективності прикладення сил для більш довершеного досягнення поставленої мети. Рішення цієї задачі обумовлене повнотою і коректністю відповідей на питання: яка будова, властивості і рухові функції тіла спортсмена. Якою є спортивна техніка, яким чином повинен здійснюватися процес технічного удосконалення спортсмена? Найбільш змістовні відповіді на ці питання можуть бути отримані в рамках біомеханіки. Її метою є обґрунтування, розрахунок і реалізація технології формування рухових дій, що забезпечують досягнення запланованих результатів. При цьому у якості точки відліку беруть запланований результат і технології будують виходячи із розрахованих або зареєстрованих величин діючих сил, лінійних та кутових швидкостей і прискорень. Цим вимогам задовольняють розрахункові методи, основані на використанні фізичних закономірностей і статистичних даних про геометрію мас тіла людини.

Даний практикум містить чотири розрахунково-графічні роботи. Приведені роботи охоплюють практично всі основні питання біомеханіки спорту. Індивідуалізація завдань здійснюється в результаті використання студентами в розрахунках своїх росто-вагових даних, а також (у рідких випадках) номера групи і номери студента в журналі групи. Використання своїх росто-вагових даних дозволяє студентам одержувати близькі до реального результати при дослідженні різних рухових дій.

Особливістю даного практикуму є те, що весь комплекс робіт студент виконує практично для себе, одержуючи до закінчення вивчення курсу теоретичні відомості з біомеханіки і практичні приклади їх застосування.

Структура робіт, що входять у даний практикум, наступна:

- короткі теоретичні відомості;

- порядок виконання роботи;
- приклад виконання роботи.

Приведемо короткий зміст розрахунково-графічних робіт.

РГР № 1 присвячена визначенню основних мас-інерційних характеристик тіла спортсмена (зокрема: мас, положень центрів мас окремих ланок тіла і моментів інерції щодо трьох головних центральних осей). При виконанні роботи використані отримані в результаті статистичної обробки даних антропометричних досліджень регресійні залежності перерахованих характеристик від маси і росту спортсмена.

РГР № 2 присвячена біомеханічному аналізу рухів атлета в ривку з метою перебування енерговитрат спортсмена і визначення раціональності використовуваної їм техніки виконання руху.

РГР № 3 присвячена біомеханічному аналізу техніки плавання з метою визначення впливу окремих складових сили опору середовища на енерговитрати плавця. У роботі визначаються енерговитрати спортсмена за один цикл веслувальних рухів і сумарно на всій дистанції, обчислюються середня швидкість спортсмена і час проходження їм дистанції.

РГР № 4 присвячена розгляду методики використання математичного моделювання при прогнозуванні результатів рухових дій у різних видах спорту. Для визначення параметрів моделі використовується метод найменших квадратів.

Даний практикум підготовлений відповідно до програми курсу "Біомеханіка". При його розробці були використані рукописні матеріали по проведенню практичних занять з біомеханіки на кафедрі анатомії, біомеханіки і спортивної метрології Придніпровської державної академії фізичної культури і спорту.

Розрахунково-графічна робота № 1

Тема: Визначення мас - інерційних характеристик тіла спортсмена

I. Короткі теоретичні відомості

Геометрія мас тіла (розподіл мас тіла) характеризується такими показниками, як вага (маса) і положення центрів мас окремих ланок (сегментів) і всього тіла, моменти інерції окремих ланок і всього тіла щодо різних осей обертання та ін.

У тілі людини біля 70 ланок, але для біомеханічного моделювання часту більшості випадків достатньо 16-ланкової моделі тіла людини. Знаючи величини мас та моментів інерції ланок тіла, а також розташування їх центрів мас, можна вирішити багато задач біомеханіки спорту, в тому числі:

- визначити імпульс тіла;
- визначити момент кількості руху; при цьому потрібно враховувати, що, величини моментів відносно різних осей неоднакові;
- оцінити, легко або важко керувати швидкістю тіла або окремої ланки;
- визначити ступінь стійкості тіла і таке ін.

Для визначення мас, координаті центрів мас і моментів інерції сегментів тіла застосовують або експериментальні, або розрахункові методи, причому останні використовуються набагато частіше.

У лабораторній роботі № 1 для визначення ваг ланок і положення їх ЦМ застосовувалися коефіцієнти Фішера. Цей метод має той недолік, що в ньому враховується вплив на характеристики, що обчислюються, тільки ваги або росту людини окремо.

Більш точні результати при визначенні характеристик геометрії тіла дає використання рівнянь множинної регресії, що враховують одночасний вплив на величини, що обчислюються, як ваги, так і росту спортсмена.

Ці рівняння засновані на результатах статистичної обробки даних численних антропометричних досліджень і в загальному випадку мають вигляд:

$$X_i = b_{0i} + b_{1i} \cdot m + b_{2i} \cdot H \quad , \quad (1)$$

де i – умовний номер ланки;

X_i – мас-інерційна характеристика, що розраховується, (маса, координата центру мас чи момент інерції i -біоланки);

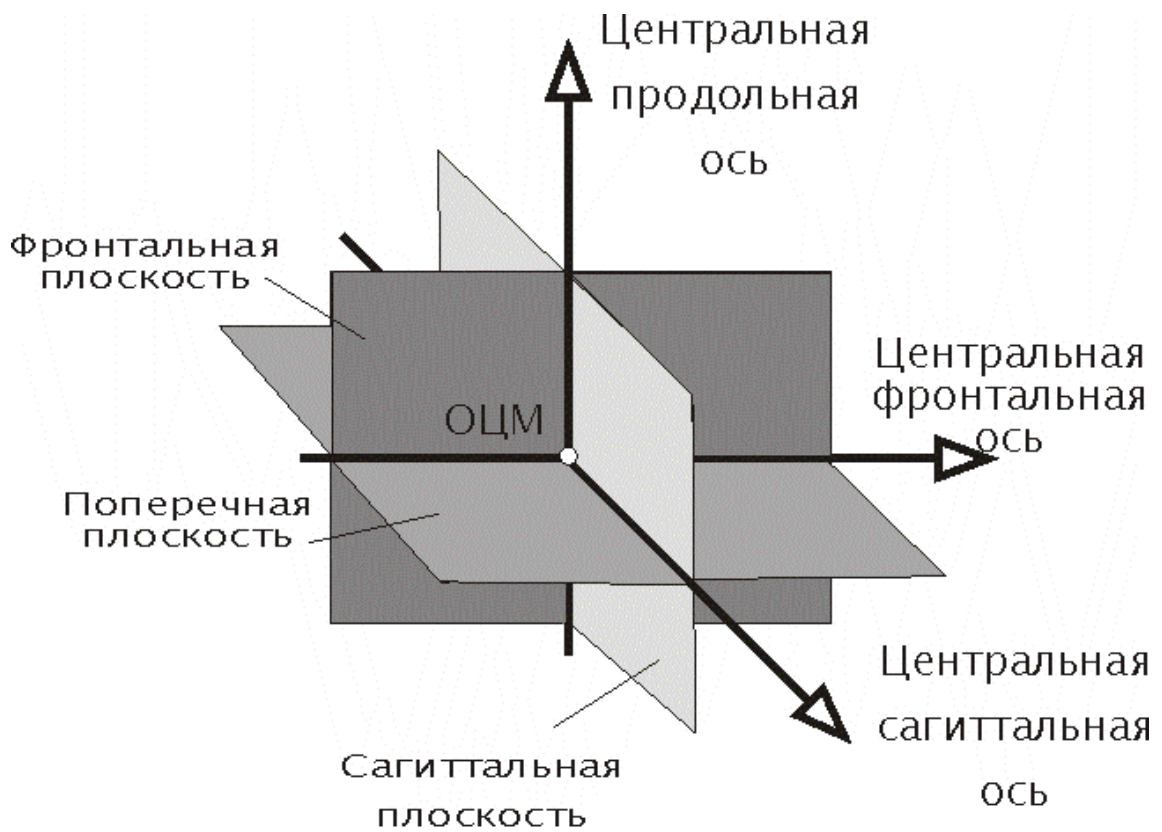
m – маса тіла спортсмена;

H – зріст тіла спортсмена;

b_{0i} , b_{1i} , b_{2i} – коефіцієнти рівнянь множинної регресії, значення яких приведено в таблицях 1-5.

У даній розрахунково-графічній роботі визначаються маси окремих ланок тіла, положення їх центрів мас, а також головні центральні моменти інерції ланок щодо трьох головних центральних осей тіла спортсмена: сагітальної, фронтальної і подовжньої.

Розташування головних площин і головних центральних осей тіла спортсмена представлено на мал. 1.



Мал. 1. Розташування головних площин і головних центральних осей тіла

Таблиця 1

Коефіцієнти для розрахунку маси сегментів

I (номер ланки)	Найменування ланки	b_{0i}	b_{1i}	b_{2i}
1	Стопа	-0,8290	0,00770	0,00730
2	Гомілка	-1,5920	0,03620	0,01210
3	Стегно	-2,6490	0,14630	0,01370
4	Кисть	-0,1165	0,00360	0,00175
5	Передпліччя	0,3185	0,01445	-0,00144
6	Плече	0,2500	0,02012	-0,00270
7	Голова	1,2960	0,01710	0,01430
8	Верхня частина тулуба	8,2144	0,18620	-0,05840
9	Середня частина тулуба	7,1810	0,22340	-0,06630
10	Нижня частина тулуба	-7,4980	0,09760	0,04896

Коефіцієнти для визначення положення центра мас на продовжній осі сегменту

I (номер ланки)	Найменування ланки	b_{0i}	b_{1i}	b_{2i}
1	Стопа	3,767	0,0650	0,0330
2	Гомілка	-6,050	-0,0390	0,1420
3	Стегно	-2,420	0,0380	0,1350
4	Кисть	4,110	0,0260	0,0330
5	Передпліччя	0,192	-0,0280	0,0930
6	Плече	1,670	0,0300	0,0540
7	Голова	9,357	-0,0025	0,0230
8	Верхня частина тулуба	3,320	0,0076	0,0470
9	Середня частина тулуба	1,398	0,0058	0,0450
10	Нижня частина тулуба	1,182	0,0180	0,0434

Коефіцієнти для визначення головного центрального моменту інерції
відносно сагітальної осі

I (номер ланки)	Найменування ланки	b_{0i}	b_{1i}	b_{2i}
1	Стопа	-100,0	0,480	0,626
2	Гомілка	-1105,0	4,590	6,630
3	Стегно	-3557,0	31,700	18,610
4	Кисть	-19,5	0,170	0,116
5	Передпліччя	-64,0	0,950	0,340
6	Плече	-250,7	1,560	1,512
7	Голова	-78,0	1,171	1,519
8	Верхня частина Тулуба	81,2	36,730	-5,970
9	Середня частина Тулуба	618,5	39,800	-12,870
10	Нижня частина Тулуба	-1568,0	12,000	7,741

Коефіцієнти для визначення головного центрального моменту інерції
відносно фронтальної осі

I (номер ланки)	Найменування ланки	b_{0i}	b_{1i}	b_{2i}
1	Стопа	-97,09	0,414	0,617
2	Гомілка	-1152,00	4,594	6,815
3	Стегно	-3690,00	32,020	19,240
4	Кисть	-13,68	0,088	0,092
5	Передпліччя	-69,70	0,855	0,376
6	Плече	-232,00	1,525	1,343
7	Голова	-112,00	1,430	1,730
8	Верхня частина Тулуба	367,00	18,300	-5,730
9	Середня частина Тулуба	267,00	26,700	-8,000
10	Нижня частина Тулуба	-934,00	11,800	3,440

Таблиця 5

Коефіцієнти для визначення головного центрального моменту інерції відносно продовжної осі

I (номер ланки)	Найменування ланки	b_{0i}	b_{1i}	b_{2i}
1	Стопа	-15,48	0,1440	0,0880
2	Гомілка	-75,50	1,1360	0,3000
3	Стегно	-13,50	11,3000	-2,2800
4	Кисть	-6,25	0,0762	0,0347
5	Передпліччя	5,66	0,3060	-0,0880
6	Плече	-16,90	0,6620	0,0435
7	Голова	61,60	1,7200	0,0814
8	Верхня частина Тулуба	561,00	36,0300	-9,9800
9	Середня частина Тулуба	1501,00	43,1400	-19,8000
10	Нижня частина Тулуба	-775,00	14,700	1,6850

II. Порядок виконання роботи

1. Ознайомтеся з короткими теоретичними відомостями (розділ I).
2. Виміряйте власну масу і ріст.
3. За знайденими росто-ваговими показниками (m , H) розрахуйте основні мас-інерційні характеристики ланок тіла спортсмена (m_i , L_{ci} , I_{ci} , I_{fi} , I_{pi}) за формулою (1) з використанням заданих значень коефіцієнтів рівнянь регресії, що наведені в табл. 1-5.

Результати округлити до двох знаків після десятинної коми і занести в таблицю 6.

Основні мас-інерційні характеристики ланок тіла спортсмена

i (номер ланки)	Найменування ланки	m_i , кг	L_{ci} , см	I_{ci} , кг·см ²	I_{fi} , кг·см ²	I_{pi} , кг·см ²
1	Стопа					
2	Гомілка					
3	Стегно					
4	Кисть					
5	Передпліччя					
6	Плече					
7	Голова					
8	Верхня частина тулуба					
9	Середня частина тулуба					
10	Нижня частина тулуба					

4. Порівняйте обчислені значення з результатами, отриманими в лабораторній роботі № 1 і зробіть висновки.

5. Оформіть звіт з розрахунково-графічної роботи на аркушах формату А4 (210 x 297мм), заповнюваних з однієї сторони.

Аркуші повинні бути скріплені між собою. Робота повинна мати титульний лист. Зразок титульного листа приведений на мал. 2.

Графіки і малюнки рекомендується виконувати на міліметровому папері.

6. Відповісти на контрольні питання викладача.

ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ІНСТИТУТ
ФІЗИЧНОЇ КУЛЬТУРИ І СПОРТУ

КАФЕДРА
АНАТОМІЇ, БІОМЕХАНІКИ І СПОРТИВНОЇ
МЕТРОЛОГІЇ

Розрахунково-графічна робота № 1

**Тема: Визначення мас-інерційних характеристик
тіла спортсмена**

Виконав (а):
студент (ка) групи ФВ-14-3
Іванов А.П.

Перевірів:
доцент Суріков В.Є..

Дата: _____

Дніпропетровськ
2018 г.

III. Приклад виконання роботи

Завдання – Визначити основні мас-інерційні характеристики ланок власного тіла ($m = 60$ кг, $H = 169$ см) з допомогою рівнянь множинної регресії.

Результати виконання завдання

I (номер ланки)	Найменування ланки	m_i , кг	$L_{ци}$, см	I_{ci} , кг.см ²	I_{fi} , кг.см ²	I_{pi} , кг.см ²
1	Стопа	0,87	13,24	34,60	32,02	8,03
2	Гомілка	2,62	15,61	290,87	275,37	43,36
3	Стегно	8,44	22,67	1490,1	1482,8	279,18
4	Кисть	0,39	11,25	10,31	7,15	4,19
5	Передпліччя	0,94	14,23	50,46	45,14	9,15
6	Плече	1,00	12,60	98,43	86,47	30,17
7	Голова	4,74	13,09	248,97	266,17	178,56
8	Верхня частина Тулуба	9,52	11,72	1276,1	496,63	1036,2
9	Середня частина Тулуба	9,38	9,35	831,47	517,0	743,2
10	Нижня частина Тулуба	6,63	9,60	460,23	355,36	391,76

Розрахунково-графічна робота № 2

Тема: Біомеханічний аналіз рухів атлета в ривку

I. Короткі теоретичні відомості

В даний час на змагання з важкої атлетики виносяться дві основних вправи – ривок і поштовх, які з погляду біомеханіки відносяться до рухів на місці.

У даній роботі розглядаються рухи атлета в ривку. Основне призначення ривка – перемістити штангу (снаряд) безупинним рухом з помосту на витягнуті нагору руки, встати зі штангою і зафіксувати її у верхньому положенні.

При цьому руху атлета можна розділити на наступні два періоди (мал. 3):

- 1) підйом штанги до підсіду і підсід атлета під штангу;
- 2) вставання зі штангою і фіксація її у верхньому положенні.



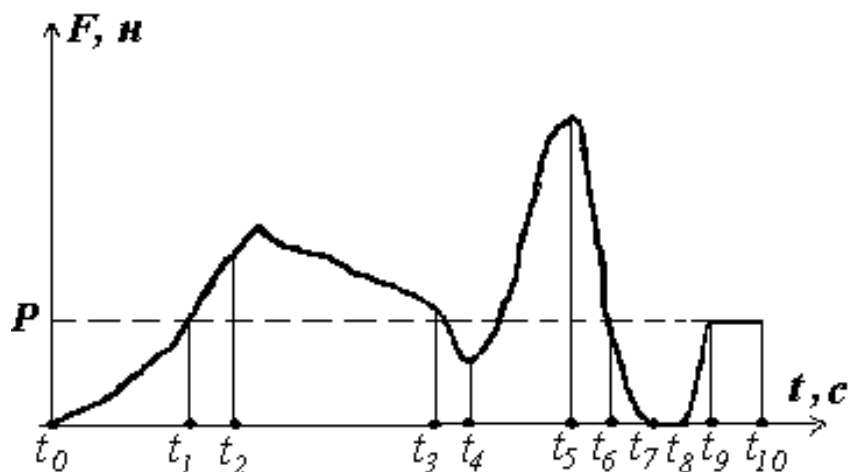
Мал.3. Періоди вправи "ривок"

Рухова задача першого періоду – підйом штанги на необхідну висоту і надання штанзі відповідної швидкості у вертикальному напрямку.

Рухова задача другого періоду – збереження рівноваги системи спортсмен-штанга при вставанні і фіксації штанги в кінцевому положенні.

У даній роботі виконується розрахунок енергетичних витрат спортсмена для першого (найбільш характерного) періоду ривка й оцінка інтегрального критерію технічної майстерності важкоатлета.

При цьому у якості вхідної інформації використовуються росто-вісові дані конкретного спортсмена і динамограма (залежність сили тяги атлета від часу) виконання їм ривка.



Мал. 4. Типовий графік залежності вертикальної складової сили тяги атлета від часу (динамограма) при виконанні ривка

Динамограма для конкретного атлета може бути отримана з використанням методів електроміографії. Типова динамограма ривка представлена на мал. 4. Вертикальні лінії – границі фаз.

Ця динамограма при аналізі техніки виконання важкоатлетичних вправ підрозділяється на наступні 10 фаз:

- Перша фаза ("Стартова ділянка") триває до моменту часу t_1 , в який сила тяги атлета зрівнюється з вагою штанги.
- Друга фаза ($t_1 - t_2$) закінчується в момент відриву штанги від помосту t_2 .
- Третя фаза ($t_2 - t_3$), ціллю якої є досягнення висоти і швидкості штанги, які необхідні для підведення колін.
- Четверта фаза ($t_3 - t_4$) – це фаза підведення колін під гриф штанги.
- П'ята фаза ($t_4 - t_5$) – фаза амортизації.
- Шоста фаза ($t_5 - t_6$) – фаза фінального розгону (інша назва – фаза "підриву").
- Сьома фаза ($t_6 - t_7$) – вихід у підсид.
- У восьмій фазі ($t_7 - t_8$), що має також назву "безопорного підсиду", зусилля спортсмена дорівнюють нулю (у цій фазі атлет "розкидає" ноги).
- Дев'ята фаза ($t_8 - t_9$) – фаза стабілізації в підсиді ("опорний підсид").
- Десята фаза ($t_9 - t_{10}$) – фаза амортизації в підсиді.

Енерговитрати спортсмена, пов'язані з переміщенням штанги, можна знайти, знаючи залежність механічної потужності, яку розвиває спортсмен, від часу – $N(t)$:

$$Q = \int_{t_H}^{t_K} N(t) dt, \quad (2)$$

де Q – енерговитрати спортсмена, Дж;

$N(t)$ – механічна потужність спортсмена, Вт;

t_H , t_K – відповідно час початку і час закінчення виконання вправи.

Для розрахунку миттєвої механічної потужності можна скористатися співвідношенням

$$N(t) = F(t) \cdot v(t + \tau) \quad (3)$$

де $F(t)$ – сила тяги спортсмена, Н;

$v(t)$ – швидкість руху спортсмена, м/с;

τ – величина зміщення у часі кінематичних характеристик по відношенню до динамічних (у даній задачі $\tau \approx 0,06$ с).

Оскільки формула для сили тяги спортсмена може бути представлена у вигляді

$$F(t) = m \cdot a(t + \tau) + P, \quad (4)$$

де m – маса штанги, кг;

$a(t)$ – прискорення руху штанги, м/с²;

P – вага штанги ($P = m \cdot g$), Н;

g – прискорення вільного падіння, $g \approx 9,81$ м/с²,

то для прискорення руху штанги маємо

$$a(t + \tau) = \frac{F(t) - P}{m} = \frac{F(t)}{m} - g \quad (5)$$

Швидкість руху штанги у довільний момент часу розраховується за відомим законом зміни сили тяги спортсмена:

$$v(t + t) = \int_{t_H}^t a(t + t) dt = \int_{t_H}^t \frac{F(t)}{m} - g dt = \frac{1}{m} \int_{t_H}^t F(t) dt - g \times (t - t_H) \quad (6)$$

Динамограма вважається найбільш інформативною характеристикою, оскільки знаючи зусилля, що прикладаються до снаряду, легко знайти криву зміни його швидкості, по якій можна розрахувати інтегральний критерій технічної майстерності важкоатлета.

Інтегральним критерієм у важкій атлетиці є висота досягнення максимальної швидкості руху штанги – $H_{V_{max}}$. Вона обчислюється за формулою

$$H_{V_{max}} = v_{сер} \cdot t_{V_{max}} + H_0, \quad (7)$$

де $v_{сер}$ – середня швидкість руху штанги до досягнення максимальної швидкості останньої, м/с;

$t_{V_{max}}$ – момент часу, в який швидкість руху штанги максимальна;

H_0 – відстань від помосту до центру осі грифа штанги, що для стандартної штанги дорівнює 0,225 м.

У важкій атлетиці техніку ривка прийнято вважати раціональною, якщо інтегральний критерій – $H_{V_{max}}$ – дорівнює 60 і більше процентам від росту спортсмена – H (для поштовху при підйомі на груди – на 8% менше).

Таким чином, умовою раціональності техніки ривка є виконання нерівності

$$H_{V_{max}} / H \geq 0,6. \quad (8)$$

II. Порядок виконання роботи

1. Обчислити вагу штанги за формулою

$$P = 1500 + 20 \cdot (N + I), \quad (9)$$

де P – вага штанги, Н;

N – остання цифра шифру номера студентської групи;

I – порядковий номер, під яким прізвище студента записане в журналі з біомеханіки.

2. Запишіть свої росто-вагові дані – ріст і вагу.

3. Вичисліть значення сили тяги важкоатлета у вузлових точках (табл.7).

Таблиця 7

Значення сили тяги спортсмена в вузлових точках

Вуз- лові точ- ки	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
t, c	0	0,18	0,27	0,51	0,54	0,66	0,69	0,78	0,84	0,90	0,96
F, H	0	P	$2 \cdot (P+I)$	$P+2 \cdot N$	$0,9 \cdot P$	$2 \cdot (P+I)$	P	0	0	P	P

4. Знайдіть значення сили тяги спортсмена $F(t)$ у внутрішніх точках інтервалів динамограми з кроком $\Delta t = 0,03c$ з допомогою формули кусково-лінійної інтерполяції:

$$F(t) = F(t_n) + \frac{F(t_{np}) - F(t_n)}{t_{np} - t_n} \cdot (t - t_n), \quad (10)$$

де t – момент часу, для якого виконується розрахунок;

t_n, t_{np} – моменти часу, що відповідають лівій і правій границям інтервалів.

5. Виконайте аналіз динамограми для кожної фази рухомої дії і на його основі обчисліть значення швидкості штанги (46) для моментів часу, що відстоять один від одного на 0,03с. Для чисельного інтегрування використайте формулу прямокутників:

$$v(t + \tau) = g \cdot [F(t) / P - 1] \cdot \Delta t + v(t + \Delta t) , \quad (11)$$

де τ – величина запізнення, $\tau = 0,06\text{с}$;

Δt – інтервал дискретизації, $\Delta t = 0,03\text{с}$.

Необхідно врахувати, що штанга починає рухатися лише коли зусилля штангіста $F(t)$ стає більше ваги штанги, тобто при $t > 0,18\text{ с}$.

З урахуванням запізнення кінематичних характеристик, розрахунок швидкості потрібно починати з моменту $t = 0,21\text{с} + \tau = 0,21\text{с} + 0,06\text{с} = 0,27\text{с}$, оскільки при $t = 0,18\text{с} + 0,06\text{с} = 0,24\text{с}$ сила тяги важкоатлета тільки зрівняється з вагою штанги.

6. Оцініть потужність, яку розвиває важкоатлет на інтервалі $0 \dots 0,96\text{с}$ за допомогою формули

$$N(t) = F(t) \cdot v(t + \tau) \quad (12)$$

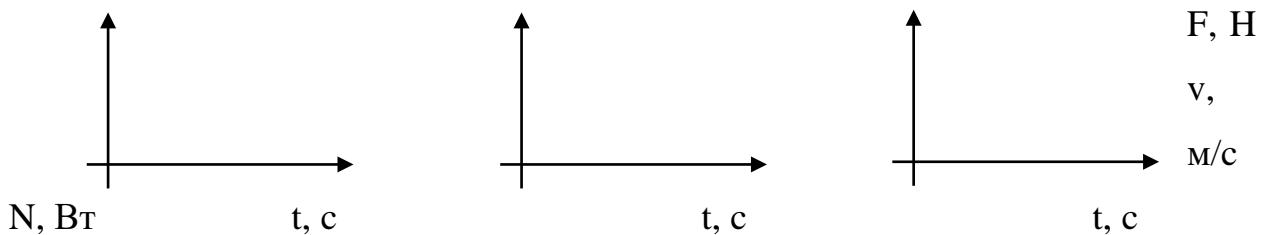
7. Занесіть дані у зведену таблицю 8.

Таблиця 8

Зведена таблиця результатів обчислень

t, с	0	0,03	0,06	0,09	...	0,87	0,90	0,93	0,96
F(t), Н	0				...				
v(t), м / с	0				...				
N(t), Вт	0				...				

8. Побудуйте графіки залежності сили, швидкості і потужності від часу.



9. Розрахуйте енерговитрати штангіста в ривку з використанням формули трапецій:

$$Q = \left(\frac{N(0) + N(0,96)}{2} + N(0,03) + N(0,06) + \dots + N(0,93) \right) \cdot \Delta t \quad (13)$$

10. За формулами (7) і (8) визначте значення інтегрального критерію технічної майстерності важкоатлета і зробіть висновок про раціональність застосованої ним техніки.

11. Оформіть звіт по розрахунково-графічній роботі відповідно до вимог, викладених у РГР № 1.

12. Відповісти на контрольні питання викладача.

III. Приклад виконання роботи

Завдання. Провести біомеханічний аналіз першого періоду ривка (важка атлетика) для спортсмена, ріст якого 169 см, і зробити висновок про раціональність застосовуваної ним техніки.

Виконання роботи.

1. За формулою (9) обчислюємо вагу штанги для студента групи ФВ-10-9, прізвище якого записане в журналі під номером 11:

$$P = 1500 + 20 \cdot (9 + 11) = 1900 \text{ Н}.$$

2. $H = 169 \text{ см} = 1,69 \text{ м}$.

3. Обчислюємо значення сили тяги спортсмена у вузлових точках динамограми (див. табл. 7):

Вузлові точки	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
$t, \text{ с}$	0	0,18	0,27	0,51	0,54	0,66	0,69	0,78	0,84	0,90	0,96
$F, \text{ Н}$	0	1900	3822	1918	1710	3822	1900	0	0	1900	1900

4. Знаходимо значення сили тяги спортсмена $F(t)$ у внутрішніх точках інтервалів динамограми з кроком $\Delta t = 0,03 \text{ с}$ за формулою (10):

$$F(0) = 0$$

$$F(0,03) = 0 + (1900 - 0) / (0,18 - 0) \times (0,03 - 0) = 316,7 \text{ H}$$

$$F(0,06) = 0 + (1900 - 0) / (0,18 - 0) \times (0,06 - 0) = 633,3 \text{ H}$$

$$F(0,09) = 0 + (1900 - 0) / (0,18 - 0) \times (0,09 - 0) = 950,0 \text{ H}$$

$$F(0,12) = 0 + (1900 - 0) / (0,18 - 0) \times (0,12 - 0) = 1266,7 \text{ H}$$

$$F(0,15) = 0 + (1900 - 0) / (0,18 - 0) \times (0,15 - 0) = 1583,3 \text{ H}$$

$$F(0,18) = 0 + (1900 - 0) / (0,18 - 0) \times (0,18 - 0) = 1900,0 \text{ H}$$

$$F(0,21) = 1900 + (3822 - 1900) / (0,27 - 0,18) \times (0,21 - 0,18) = 2540,7 \text{ H}$$

$$F(0,24) = 1900 + (3822 - 1900) / (0,27 - 0,18) \times (0,24 - 0,18) = 3181,3 \text{ H}$$

$$F(0,27) = 3822,0 \text{ H};$$

$$F(0,30) = 3822 + (1918 - 3822) / (0,51 - 0,27) \times (0,30 - 0,27) = 3584,0 \text{ H}$$

$$F(0,33) = 3822 + (1918 - 3822) / (0,51 - 0,27) \times (0,33 - 0,27) = 3346,0 \text{ H}$$

$$F(0,36) = 3822 + (1918 - 3822) / (0,51 - 0,27) \times (0,36 - 0,27) = 3108,0 \text{ H}$$

$$F(0,39) = 3822 + (1918 - 3822) / (0,51 - 0,27) \times (0,39 - 0,27) = 2870,0 \text{ H}$$

$$F(0,42) = 3822 + (1918 - 3822) / (0,51 - 0,27) \times (0,42 - 0,27) = 2632,0 \text{ H}$$

$$F(0,45) = 3822 + (1918 - 3822) / (0,51 - 0,27) \times (0,45 - 0,27) = 2394,0 \text{ H}$$

$$F(0,48) = 3822 + (1918 - 3822) / (0,51 - 0,27) \times (0,48 - 0,27) = 2156,0 \text{ H}$$

$$F(0,51) = 1918,0 \text{ H}$$

$$F(0,54) = 1710,0 \text{ H}$$

$$F(0,57) = 1710 + (3822 - 1710) / (0,66 - 0,54) \times (0,57 - 0,54) = 2238,0 \text{ H}$$

$$F(0,60) = 1710 + (3822 - 1710) / (0,66 - 0,54) \times (0,60 - 0,54) = 2766,0 \text{ H}$$

$$F(0,63) = 1710 + (3822 - 1710) / (0,66 - 0,54) \times (0,63 - 0,54) = 3294,0 \text{ H}$$

$$F(0,66) = 3822 \text{ H}$$

$$F(0,69) = 1900 \text{ H}$$

$$F(0,72) = 1900 + (0 - 1900) / (0,78 - 0,69) \times (0,72 - 0,69) = 1266,7 \text{ H}$$

$$F(0,75) = 1900 + (0 - 1900) / (0,78 - 0,69) \times (0,75 - 0,69) = 633,3 \text{ H}$$

$$F(0,78) = 0$$

$$F(0,81) = 0$$

$$F(0,84) = 0$$

$$F(0,87) = 0 + (1900 - 0) / (0,90 - 0,84) \times (0,87 - 0,84) = 950,0 \text{ Н}$$

$$F(0,90) = 0$$

$$F(0,93) = 0$$

$$F(0,96) = 0$$

5. Обчислюємо значення швидкості штанги $v(t)$ з кроком $\Delta t = 0,03\text{с}$ по формулі (11):

$$v(0,18 + 0,06) = v(0,24) = 0$$

$$v(0,21 + 0,06) = v(0,27) = 9,8 \cdot (2540,7 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 0 = 0,1 \text{ м/с}$$

$$v(0,24 + 0,06) = v(0,30) = 9,8 \cdot (3181,3 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 0,1 = 0,3 \text{ м/с}$$

$$v(0,27 + 0,06) = v(0,33) = 9,8 \cdot (3822,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 0,3 = 0,6 \text{ м/с}$$

$$v(0,30 + 0,06) = v(0,36) = 9,8 \cdot (3584,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 0,6 = 0,86 \text{ м/с}$$

$$v(0,33 + 0,06) = v(0,39) = 9,8 \cdot (3346,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 0,86 = 1,08 \text{ м/с}$$

$$v(0,36 + 0,06) = v(0,42) = 9,8 \cdot (3108,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,08 = 1,27 \text{ м/с}$$

$$v(0,39 + 0,06) = v(0,45) = 9,8 \cdot (2870,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,27 = 1,42 \text{ м/с}$$

$$v(0,42 + 0,06) = v(0,48) = 9,8 \cdot (2632,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,42 = 1,53 \text{ м/с}$$

$$v(0,45 + 0,06) = v(0,51) = 9,8 \cdot (2394,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,53 = 1,61 \text{ м/с}$$

$$v(0,48 + 0,06) = v(0,54) = 9,8 \cdot (2156,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,61 = 1,65 \text{ м/с}$$

$$v(0,51 + 0,06) = v(0,57) = 9,8 \cdot (1918,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,65 = 1,652 \text{ м/с}$$

$$v(0,54 + 0,06) = v(0,60) = 9,8 \cdot (1710,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,65 = 1,62 \text{ м/с}$$

$$v(0,57 + 0,06) = v(0,63) = 9,8 \cdot (2238,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,62 = 1,67 \text{ м/с}$$

$$v(0,60 + 0,06) = v(0,66) = 9,8 \cdot (2766,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,67 = 1,80 \text{ м/с}$$

$$v(0,63 + 0,06) = v(0,69) = 9,8 \cdot (3294,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,80 = 2,01 \text{ м/с}$$

$$v(0,66 + 0,06) = v(0,72) = 9,8 \cdot (3822,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 2,01 = 2,31 \text{ м/с}$$

$$v(0,69 + 0,06) = v(0,75) = 9,8 \cdot (1900,0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 2,31 = 2,31 \text{ м/с}$$

$$v(0,72 + 0,06) = v(0,78) = 9,8 \cdot (1266,7 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 2,31 = 2,21 \text{ м/с}$$

$$v(0,75 + 0,06) = v(0,81) = 9,8 \cdot (633,3 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 2,21 = 2,01 \text{ м/с}$$

$$v(0,78 + 0,06) = v(0,84) = 9,8 \cdot (0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 2,01 = 1,72 \text{ м/с}$$

$$v(0,81 + 0,06) = v(0,87) = 9,8 \cdot (0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,72 = 1,43 \text{ м/с}$$

$$v(0,84 + 0,06) = v(0,90) = 9,8 \cdot (0 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,43 = 1,14 \text{ м/с}$$

$$v(0,87 + 0,06) = v(0,93) = 9,8 \cdot (950 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 1,14 = 0,99 \text{ м/с}$$

$$v(0,90 + 0,06) = v(0,96) = 9,8 \cdot (1900 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 0,99 = 0,99 \text{ м/с}$$

$$v(0,93 + 0,06) = v(0,99) = 9,8 \cdot (1900 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 0,99 = 0,99 \text{ м/с}$$

$$v(0,96 + 0,06) = v(1,02) = 9,8 \cdot (1900 / 1900 - 1) \cdot 0,03 + 0,99 = 0,99 \text{ м/с}$$

6. Оцінюємо потужність, яку розвиває важкоатлет на інтервалі 0 ... 0,96с за допомогою формули (12):

$$N(0,18) = 1900 \cdot 0 = 0$$

$$N(0,21) = 2540,7 \cdot 0,1 = 254,1 \text{ Вт}$$

$$N(0,24) = 3181,3 \cdot 0,3 = 954,4 \text{ Вт}$$

$$N(0,27) = 3822,0 \cdot 0,6 = 2293,1 \text{ Вт}$$

$$N(0,30) = 3584,0 \cdot 0,86 = 3082,3 \text{ Вт}$$

$$N(0,33) = 3346,0 \cdot 1,08 = 3613,7 \text{ Вт}$$

$$N(0,36) = 3108,0 \cdot 1,27 = 3947,2 \text{ Вт}$$

$$N(0,39) = 3870,0 \cdot 1,42 = 4075,4 \text{ Вт}$$

$$N(0,42) = 2632,0 \cdot 1,53 = 4027,0 \text{ Вт}$$

$$N(0,45) = 2394,0 \cdot 1,61 = 3854,4 \text{ Вт}$$

$$N(0,48) = 2156,0 \cdot 1,65 = 3557,4 \text{ Вт}$$

$$N(0,51) = 1918,0 \cdot 1,652 = 3168,5 \text{ Вт}$$

$$N(0,54) = 1710,0 \cdot 1,62 = 2770,2 \text{ Вт}$$

$$N(0,57) = 2238,0 \cdot 1,67 = 3737,5 \text{ Вт}$$

$$N(0,60) = 2766,0 \cdot 1,80 = 4978,8 \text{ Вт}$$

$$N(0,63) = 3294,0 \cdot 2,01 = 6620,9 \text{ Вт}$$

$$N(0,66) = 3822,0 \cdot 2,31 = 8828,8 \text{ Вт}$$

$$N(0,69) = 1900,0 \cdot 2,31 = 4389,0 \text{ Вт}$$

$$N(0,72) = 1266,7 \cdot 2,21 = 2799,4 \text{ Вт}$$

$$N(0,75) = 633,3 \cdot 2,01 = 1272,9 \text{ Вт}$$

$$N(0,78) = 0 \cdot 1,72 = 0$$

$$N(0,81) = 0 \cdot 1,43 = 0$$

$$N(0,84) = 0 \cdot 1,14 = 0$$

$$N(0,87) = 950,0 \cdot 0,99 = 940,5 \text{ Вт}$$

$$N(0,90) = 1900,0 \cdot 0,99 = 1881,0 \text{ Вт}$$

$$N(0,93) = 1900,0 \cdot 0,99 = 1881,0 \text{ Вт}$$

$$N(0,96) = 1900,0 \cdot 0,99 = 1881,0 \text{ Вт}$$

7. Заносимо отримані результати у зведену таблицю.

Зведена таблиця результатів обчислень

t, с	0	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27	0,30
F(t), м/с	0	316,7	633,3	950	1267	1583	1900	2541	3181	3822	3584
v(t), м/с	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0,3
N(t), Вт	0	0	0	0	0	0	0	254,1	954,4	2293	3082

Продовження зведеної таблиці

t, с	0,33	0,36	0,39	0,42	0,45	0,48	0,51	0,54	0,57	0,60	0,63
F(t), м/с	3346	3108	2870	2632	2394	2156	1918	1710	2238	2766	3294
v(t), м/с	0,6	0,86	1,08	1,27	1,42	1,53	1,61	1,65	1,652	1,62	1,67
N(t), Вт	3614	3947	4075	4027	3854	3557	3168	2770	3737	4979	6621

Продовження зведеної таблиці

t, с	0,66	0,69	0,72	0,75	0,78	0,81	0,84	0,87	0,90	0,93	0,96
F(t), м/с	3822	1900	1267	633,3	0	0	0	950	1900	1900	1900
v(t), м/с	1,80	2,01	2,31	2,31	2,21	2,01	1,72	1,43	1,14	0,99	0,99
N(t), Вт	8829	4389	2799	1280	0	0	0	940,5	1881	1881	1881

8. Будуємо графіки залежності сили, швидкості і потужності від часу.



9. Розраховуємо енерговитрати штангіста в ривку по формулі трапецій:

$$Q = ((0 + 1881) / 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 254,1 + 954,4 + 2293 + 3082 + \\ + 3614 + 3947 + 4075 + 4027 + 3854 + 3557 + 3168 + 2770 + 3737 + \\ + 4979 + 6621 + 8829 + 4389 + 2799 + 1280 + 0 + 0 + 0 + 940,5 + \\ + 1881 + 1881) \times 0,03 = 73872,5 \times 0,03 = 2216,2 \text{ Дж.}$$

10. Знаходимо значення середньої швидкості руху штанги:

$$v_{\text{ср}} = (0 + 0,1 + 0,3 + 0,6 + 0,86 + 1,08 + 1,27 + 1,42 + 1,53 + 1,61 + 1,65 + \\ + 1,652 + 1,62 + 1,67 + 1,80 + 2,01 + 2,31) / 17 = 21,48 / 17 = 1,26 \text{ м/с}$$

і за формулою (7) обчислюємо висоту досягнення максимальної швидкості руху штанги – $H_{V_{\text{max}}}$:

$$H_{V_{\text{max}}} = v_{\text{ср}} \cdot t_{V_{\text{max}}} + H_0 = 1,26 \cdot 0,72 + 0,225 = 1,13 \text{ м}$$

11. Підставивши отримане значення, перевіримо виконання нерівності (8):

$$H_{V_{\text{max}}} / H = 1,13 / 1,69 \approx 0,67 \geq 0,6 .$$

12. Оскільки нерівність є справедливою, то техніку виконання ривка даним спортсменом можна вважати раціональною.

Розрахунково-графічна робота № 3

Тема: Біомеханічний аналіз техніки плавання

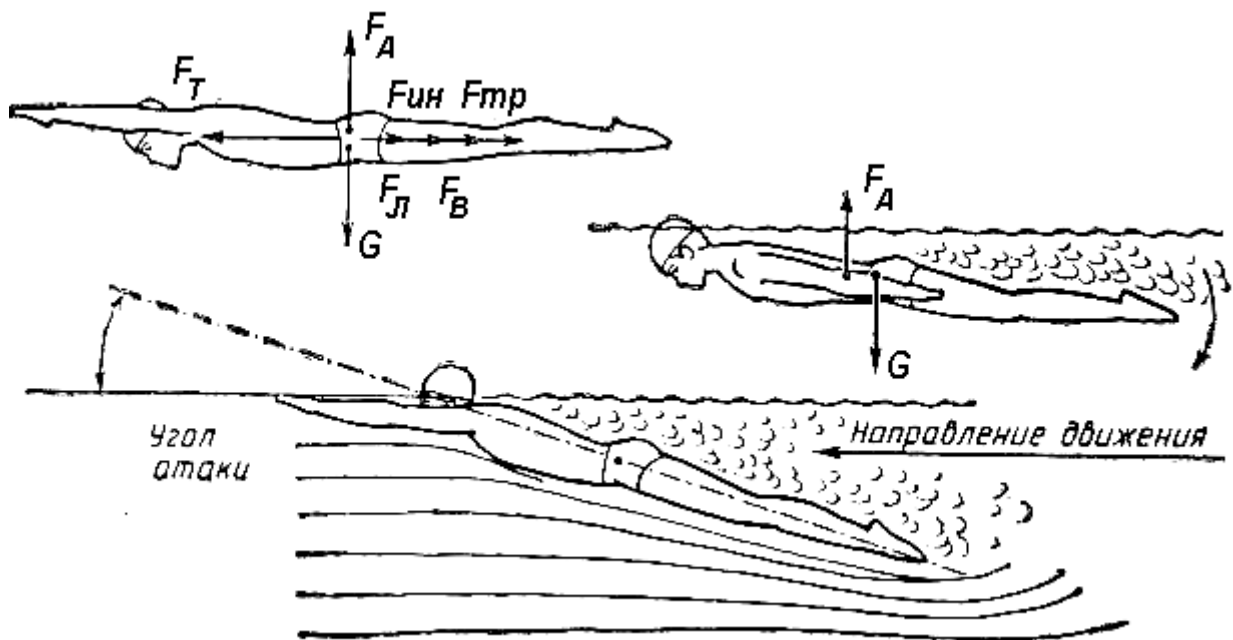
I. Короткі теоретичні відомості

Плавання відноситься до циклічних локомоторних рухів, здійснюваних за принципом відштовхування від рідкого середовища.

На нерухоме тіло, занурене у воду, діють дві сили:

- що занурює – сила ваги, прикладена до загального центру мас тіла (спрямована вниз);
- що виштовхує – дорівнює (за законом Архімеда) ваги витиснутої тілом рідини (спрямована нагору).

Архімедова сила збільшується при зануренні плавця у воду.



Мал. 5. Сили, що діють при плаванні:

G – сила тяжіння; F_T – сила тяги, створювана при посуванні плавця;
 F_A – сила Архімеда; F_L – сила лобового опору; F_B – сила хвилеутворення;
 F_{IH} – сила інерції, що виникає при прискоренні і гальмуванні тіла плавця;
 F_{TR} – сила тертя.

У плаванні просування вперед здійснюється завдяки різниці між силою тяги F_T і силами опору (гальмування) F_{OP} (мал.. 5).

На відміну від наземних переміщень, де опора нерухома, у плаванні обсяг води відкидається назад.

Найбільший ефект для створення сили тяги дають кінцеві ланки рук і ніг (кисті і стопи). При цьому спільна робота рук і ніг не дає суми швидкостей роздільної роботи.

Швидкість гребних рухів приблизно в три рази і більше перевищує швидкість руху плавця.

Ефективність рухів плавця значною мірою визначається величиною сил опору. На подолання цих сил за допомогою гребних рухів плавець затрачає енергію, рівну:

$$Q_T = \int_0^T N(t) dt, \quad (14)$$

де T – період гребних рухів, с;

Q_T – енерговитрати плавця за один період, Дж;

$N(t)$ – потужність, яка розвивається спортсменом у момент часу t , Вт.

Потужність, що розвивається плавцем у будь-який момент часу, може бути обчислена за формулою

$$N(t) = F_{OP}(t) \cdot v(t), \quad (15)$$

де $F_{OP}(t)$ – сумарна сила подоланого плавцем опору, Н;

$v(t)$ – швидкість руху плавця у момент часу t , м/с.

Величина сили подоланого опору, в основному, визначається чотирма складовими (див. мал.5):

$$F_{\text{оп}}(t) = F_{\text{л}}(t) + F_{\text{х}}(t) + F_{\text{т}}(t) + F_{\text{ін}}(t) , \quad (16)$$

де $F_{\text{л}}(t)$ – сила лобового опору, Н;

$F_{\text{х}}(t)$ – сила опору хвилеутворення, Н;

$F_{\text{т}}(t)$ – сила тертя, Н;

$F_{\text{ін}}(t)$ – сила інерційного опору, Н.

Сила лобового опору пропорційна квадрату швидкості і обчислюється по формулі

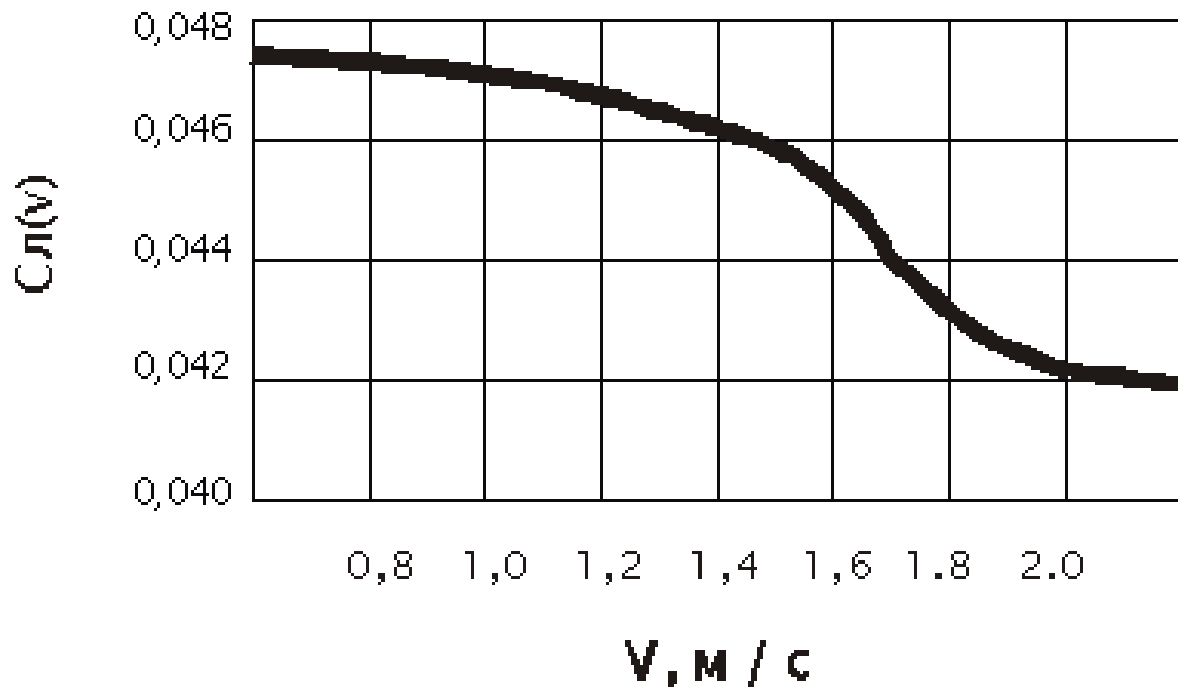
$$F_{\text{л}}(t) = 0,5 \cdot C_{\text{л}}(v) \cdot \rho \cdot S \cdot v^2(t) , \quad (17)$$

де $C_{\text{л}}(v)$ – безрозмірний коефіцієнт лобового опору, величина якого залежить від швидкості;

ρ – щільність води, $\rho = 996 \text{ кг/м}^3$;

S – мідель тіла (найбільша площа поперечного перерізу тіла плавця, зануреного у воду), м^2 .

Величина коефіцієнту лобового опору у діапазоні швидкостей, що розвивається плавцями, змінюється в межах від 0,042 до 0,047 і може бути визначена за графіком, приведеним на мал. 6.



Мал. 6. Залежність коефіцієнту лобового опору від швидкості плавця.

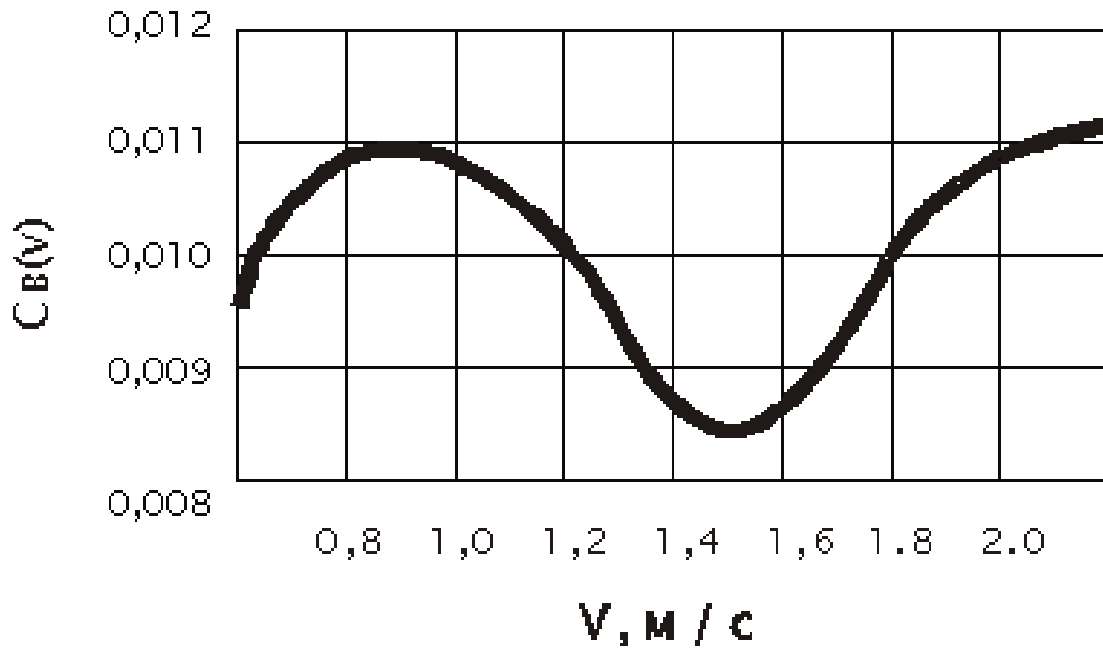
У виразі (17) величина $\rho \cdot v^2(t)$ представляє собою динамічний натиск або енергію, необхідну для того, щоб частинка води рухалася разом з тілом.

Сила опору хвилеутворення виникає через лобову та хвостову хвилі і визначається по формулі

$$F_x(t) = C_v(v) \cdot \rho \cdot \Theta, \quad (18)$$

де $C_v(v)$ – безрозмірний коефіцієнт хвилеутворення;

Θ – занурений у воду об'єм тіла плавця, м^3 .



Мал. 7. Залежність коефіцієнту хвилеутворення від швидкості плавця.

Величина коефіцієнту хвилеутворення залежить від швидкості руху плавця. Вона змінюється у межах від 0,008 до 0,012 і може бути визначена за графіком, приведеним на мал. 7.

Сила опору, викликана тертям тіла плавця о воду розраховується за формулою

$$F_T(t) = 0,5 \cdot C_T(v) \cdot \rho \cdot \beta \cdot v^2(t) \cdot g \quad (19)$$

де C_T – коефіцієнт тертя, $C_T \approx 0,04 \text{ с}^2/\text{м}$;

ρ – щільність води, $\rho = 996 \text{ кг}/\text{м}^3$;

β – площа поверхні тіла, яка змочується водою, м^2 ;

g – прискорення вільного падіння, $g \approx 9,81 \text{ м}/\text{с}^2$.

Величина сили тертя плавця значно поступається за величиною силам лобового опору і хвилеутворення.

Сила інерційного опору визначається за формулою

$$F_{ин}(t) = (m + m_B) \cdot a(t) \quad , \quad (20)$$

де m – маса тіла спортсмена, кг;

m_B – маса води, що захоплюється плавцем під час його руху, кг;

$a(t)$ – прискорення руху плавця, m/c^2 .

Маса води, що захоплюється плавцем під час руху, залежить від багатьох факторів. За звичаєм вона приблизно може бути оцінена виразом

$$m_B \approx (0,1 \dots 0,2) \cdot \Theta \cdot \rho / g .$$

II. Порядок виконання роботи

1. Коротко опишіть біомеханічні основи техніки плавання.

2. У якості маси тіла плавця – m – візьміть масу власного тіла.

3. Задайте

- найбільшу площу поперечного перерізу тіла плавця, зануреного у воду (мідель):

$$S = (70 + I) / 1000, \text{ м}^2 \quad (21)$$

- об'єм тіла плавця, зануреного у воду:

$$\Theta = (50 + I) / 1000, \text{ м}^3 \quad (22)$$

- площу поверхні тіла плавця, що змочується водою:

$$\beta = (125 + I) / 100, \text{ м}^2 \quad (23)$$

- масу води, що захоплюється плавцем під час його руху:

$$m_B = (10 + N) \cdot \Theta \cdot \rho / 100, \text{ кг} \quad (24)$$

Тут N – остання цифра шифру номера студентської групи;

I – порядковий номер, під яким прізвище студента записане в журналі з біомеханіки.

4. Задайте значення швидкості плавця у вузлових точках на інтервалі $[0,1]$ з кроком $\Delta t = 0,1$ с (у даному випадку період гребних рухів складає 1с):

t, с	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
v, м/с	1,4 + α	1,47 + α	1,5 + β	1,53 + α	1,44 + α	1,4 + β

Продовження таблиці

t, с	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
v, м/с	1,55 + α	1,6 + β	1,8 + α	1,54 + α	1,4 + α

У таблиці $\alpha = I / 100$

$$\beta = (I + N) / 100.$$

5. На інтервалі 0 ... 1с з кроком $\Delta t = 0,1\text{с}$ знайдіть значення прискорення плавця, скориставшись формулою

$$a(t) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t) - v(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (25)$$

При виконанні розрахунків врахуйте періодичність рухів плавця, що моделюються.

6. Отримані значення швидкостей і прискорень занесіть у зведену таблицю і побудуйте відповідні графіки.

Зведена таблиця біомеханічних характеристик процесу плавання

t, с	0	0,1	0,2	0,3	...	0,7	0,8	0,9	1,0
v, м/с									
a, м/с ²									
C _л (v)									
F _л , Н									
C _в (v)									
F _в , Н									
F _{тр} , Н									
F _{ин} , Н									
F _с , Н									
N, Вт									

7. Для тих же моментів часу обчисліть значення сили лобового опору по формулі (17). Значення коефіцієнта лобового опору визначте за графіком, наведеним на мал. 6.

8. За формулою (18) знайдіть значення сили опору хвилеутворення. Для визначення величини коефіцієнту хвилеутворення скористайтесь графіком на мал. 7.

9. За допомогою формули (19) знайдіть величину сили тертя на заданому інтервалі часу.

10. Силу інерційного опору обрахуйте за допомогою формули (20).

11. Визначте величину сумарної сили подоланого спортсменом опору за формулою (16).

12. Отримані значення динамічних характеристик також занесіть у зведену таблицю 10.

13. Побудуйте графіки залежності сумарної сили подоланого опору і її складових від часу.

14. За формулою (15) визначте залежність потужності, що розвивається плавцем, від часу. Отримані значення енергетичних характеристик занесіть у зведену таблицю 10.

15. Побудуйте графік залежності потужності, яку розвиває спортсмен, від часу.

16. Обчисліть енерговитрати плавця за один цикл гребних рухів (14) з використанням найпростішої формули чисельного інтегрування (формула прямокутників):

$$Q_T = [N(0) + N(0,1) + N(0,2) + \dots + N(0,8) + N(0,9)] \cdot \Delta t \quad (26)$$

17. Визначте сумарні енерговитрати плавця на дистанції:

$$Q = k \cdot Q_T \quad , \quad (27)$$

де k – кількість гребків на дистанції 400м,

$$k = 1100 + 2 \cdot I - N \quad (28)$$

18. Розрахуйте середню швидкість плавця і знайдіть час проходження ним дистанції 400м.

19. Зробіть висновок про вплив складових сили подоланого плавцем опору на величину його енерговитрат.

20. Оформіть звіт по розрахунково-графічній роботі відповідно до вимог, викладених у РГР № 1.

21. Відповісти на контрольні питання викладача.

III. Приклад виконання роботи

Завдання.

Провести біомеханічний аналіз техніки плавання, обчисливши кінематичні, динамічні і енергетичні характеристики процесу плавання для даного спортсмена, а також зробити висновок по ранжируванню впливу складових сили опору на енерговитрати плавця.

Виконання роботи.

1. Коротко описуємо біомеханічні основи плавання (див. розділ I даної інструкції).

2. Розрахунок проводимо для студента групи ФВ-14-3, прізвище якого записане в журналі під номером 11, а маса співпадає з нашою власною ($m = 60\text{кг}$):

- мідель тіла плавця $S = (70 + 11) / 1000 = 0,081 \text{ м}^2$;

- занурений у воду об'єм тіла плавця $\Theta = (50 + 11) / 1000 = 0,061 \text{ м}^3$;

- поверхня тіла плавця, що змочується водою $\beta = (125 + 11) / 100 = 1,36 \text{ м}^2$;

- маса води, що захоплюється плавцем $m_B = (10 + 9) \times 0,061 \times 996 / 100$

=

= $11,54$ кг ;

- коефіцієнти для таблиці значень швидкості плавця у вузлових точках

$a = 11 / 100 = 0,11$; $b = (11 + 9) / 100 = 0,2$.

3. Визначаємо значення швидкості плавця v для одного циклу гребних рухів.

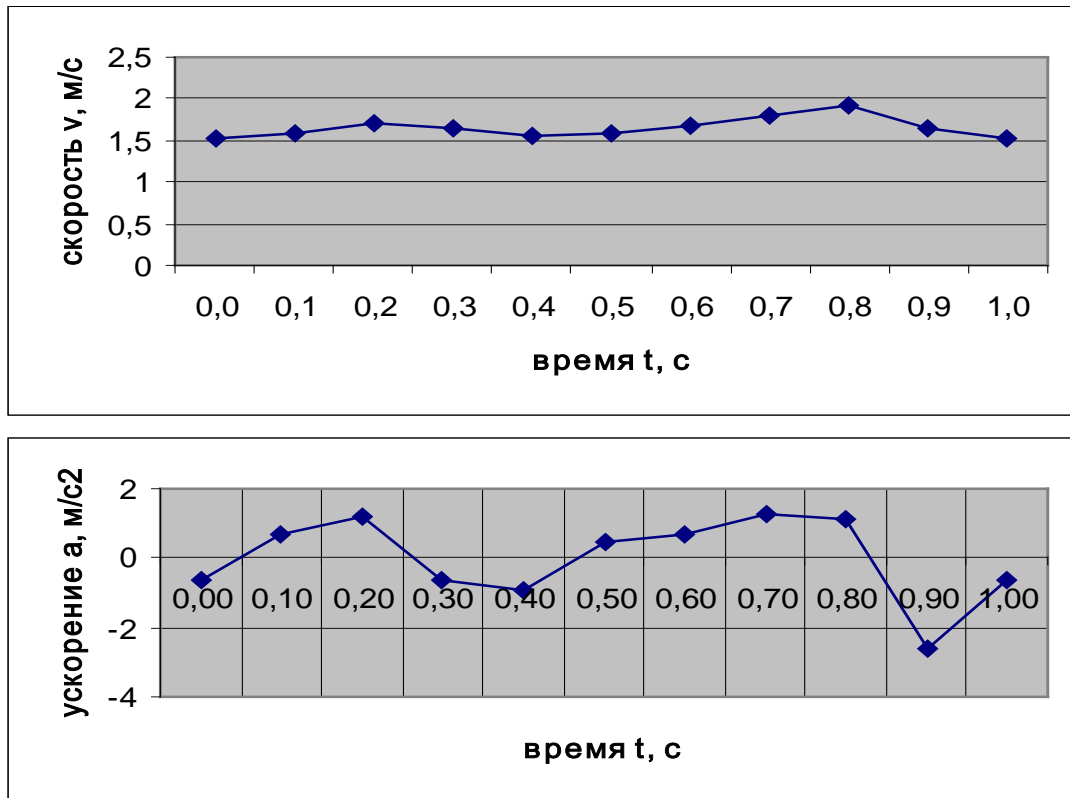
4. Знаходимо значення прискорення a у тих же вузлових точках по формулі (65) з огляду на періодичність рухів плавця.

5. Отримані у п.3 і п.4 значення кінематичних характеристик заносимо у зведену таблицю 11 і будемо відповідні графіки (мал. 8).

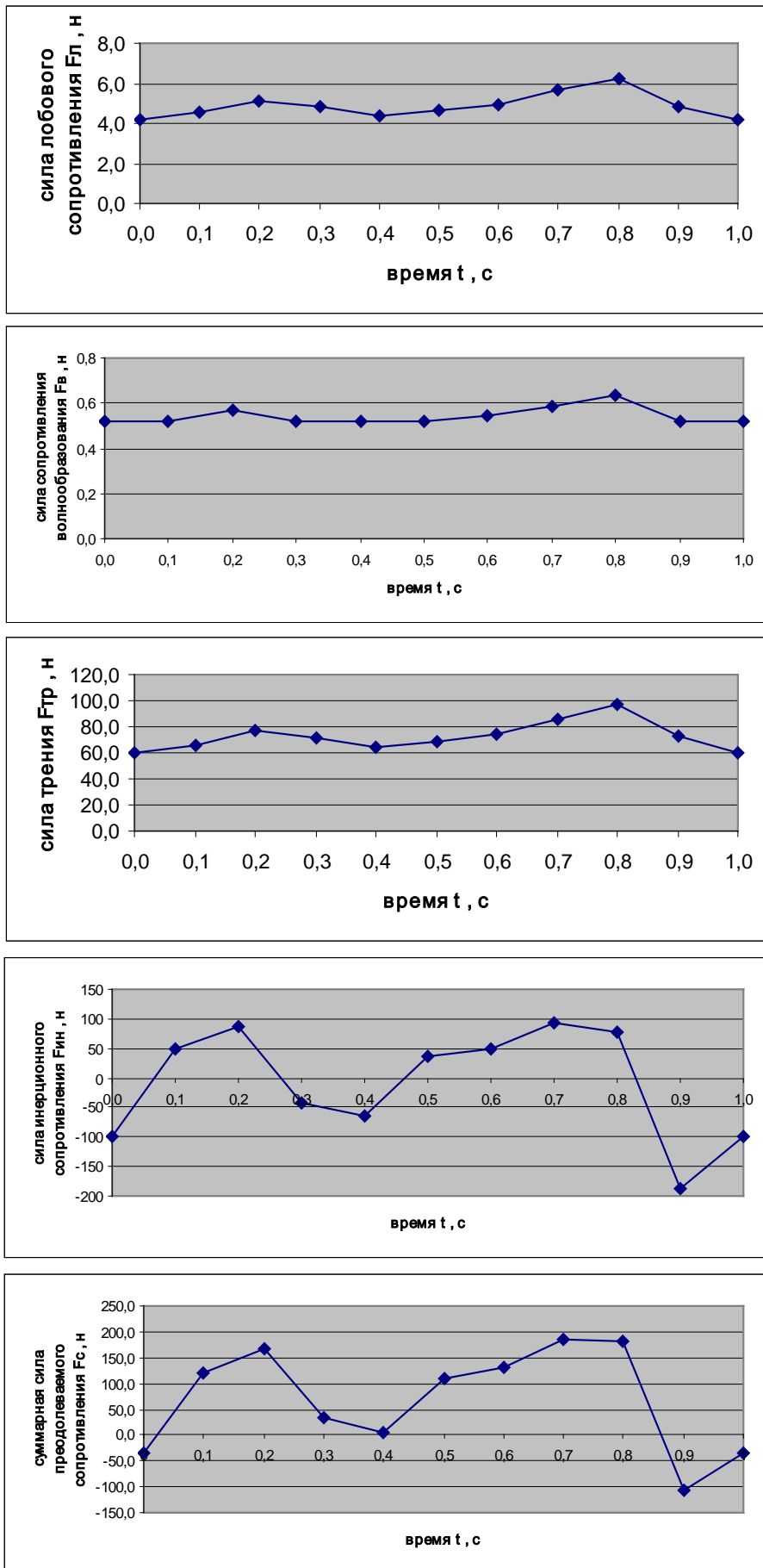
Таблиця 11

Зведена таблиця біомеханічних характеристик процесу плавання

t, с	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
v, м/с	1,51	1,58	1,7	1,64	1,55	1,6
a, м/с ²	- 1,4	0,7	1,2	- 0,6	- 0,9	0,5
C _л (v)	0,0455	0,0451	0,0436	0,0443	0,0454	0,045
F _л , Н	4,19	4,54	5,083	4,806	4,400	4,647
C _в (v)	0,0085	0,00852	0,0093	0,00855	0,00851	0,00853
F _в , Н	0,516	0,518	0,565	0,519	0,517	0,518
F _{тр} , Н	60,596	66,344	76,805	71,479	63,849	68,035
F _{ин} , Н	-100,156	50,078	85,848	-42,924	-64,386	35,77
F _с , Н	-34,859	121,482	168,301	33,881	4,380	108,970
N, Вт	-52,636	191,941	286,111	55,564	6,789	174,352
t, с	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
v, м/с	1,6	1,67	1,8	1,91	1,65	1,51
a, м/с ²	0,5	0,7	1,3	1,1	- 2,6	- 1,4
C _л (v)	0,045	0,0438	0,0431	0,0424	0,0442	0,0455
F _л , Н	4,647	4,928	5,633	6,240	4,854	4,185
C _в (v)	0,00853	0,009	0,00958	0,0105	0,00856	0,0085
F _в , Н	0,518	0,547	0,582	0,638	0,520	0,516
F _{тр} , Н	68,035	74,118	86,106	96,952	72,353	60,596
F _{ин} , Н	35,77	50,078	93,002	78,694	-186	-100,156
F _с , Н	108,970	129,670	185,324	182,524	-108,276	-34,859
N, Вт	174,352	216,549	333,582	348,620	-178,656	-52,636



Мал. 8. Кінематичні характеристики процесу плавання



Мал. 9. Динамічні характеристики процесу плавання

6. Для тих же моментів часу обчислюємо значення сили лобового опору за формулою (17). При цьому значення коефіцієнта лобового опору знаходимо за допомогою графіка, наведеного на мал. 6.

З урахуванням значень величин у даному прикладі формула (17) прийме вигляд

$$\begin{aligned} F_{\text{л}}(t) &= 0,5 \cdot C_{\text{л}}(v) \cdot \rho \cdot S \cdot v^2(t) = 0,5 \cdot 996 \cdot 0,081 \cdot C_{\text{л}}(v) \cdot v^2(t) = \\ &= 40,338 \cdot C_{\text{л}}(v) \cdot v^2(t) \end{aligned}$$

7. За формулою (18) знаходимо значення сили опору хвилеутворення. Для визначення значення коефіцієнту хвилеутворення використовуємо графік з мал. 8.

З урахуванням значень величин у даному завданні формула (18) приймає вигляд

$$F_{\text{х}}(t) = C_{\text{в}}(v) \cdot \rho \cdot \Theta = 996 \cdot 0,061 \cdot C_{\text{в}}(v) = 60,756 \cdot C_{\text{в}}(v)$$

8. За допомогою формули (19) знаходимо величину сили тертя на заданому інтервалі часу.

З урахуванням значень величин даного завдання формула (19) приймає спрощений вигляд:

$$\begin{aligned} F_{\text{т}}(t) &= 0,5 \cdot C_{\text{т}}(v) \cdot \rho \cdot \beta \cdot v^2(t) \cdot g = \\ &= 0,5 \cdot 0,04 \cdot 996 \cdot 1,36 \cdot 9,81 \cdot v^2(t) = 26,576 \end{aligned}$$

9. З урахуванням значень заданих величин, розрахуємо величину сили інерційного опору (20) за формулою

$$F_{\text{ін}}(t) = (m + m_{\text{в}}) \cdot a(t) = (60 + 11,54) \cdot a(t) = 71,54 \cdot a(t)$$

10. Визначаємо значення сумарної сили подоланого плавцем опору для одного циклу гребних рухів за формулою (16).

11. Отримані значення динамічних характеристик заносимо до зведеної таблиці 11.

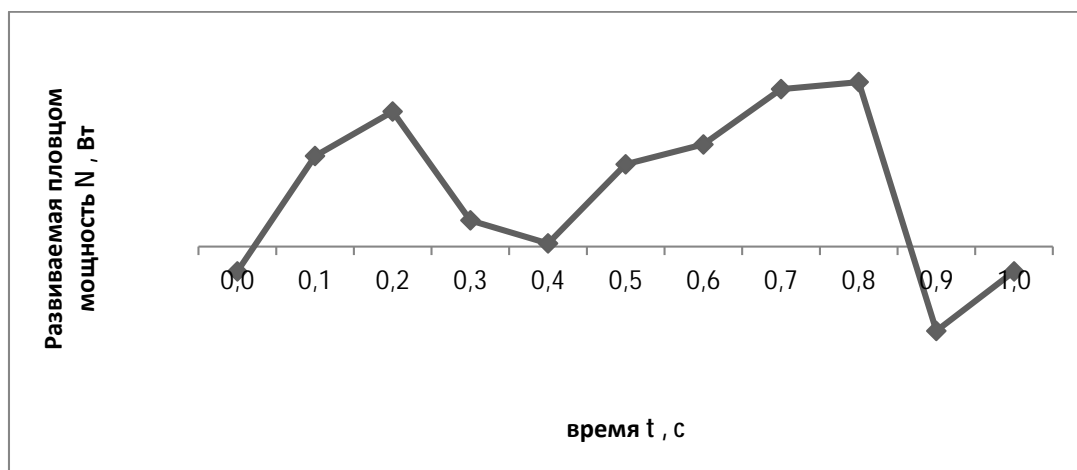
12. Будуємо графіки залежностей сили подоланого опору і її складових від часу (мал. 9).

13. За формулою (15) визначаємо значення потужності, що розвиває плавець. Отримані значення потужності у вузлових точках заносимо до зведеної таблиці 11.

14. Будуємо графік залежності потужності, що розвивається плавцем, від часу (мал. 10).

15. Обчислюємо енерговитрати плавця за один цикл гребних рухів, використовуючи формулу прямокутників (26):

$$\begin{aligned}
 Q_T &= [N(0) + N(0,1) + N(0,2) + \dots + N(0,8) + N(0,9)] \cdot \Delta t = \\
 &= [-52,636 + 191,941 + 286,111 + 55,564 + 6,789 + 174,352 + \\
 &+ 216,549 + 333,582 + 348,620 - 178,656] \times 0,1 = 138,22 \text{ Дж.}
 \end{aligned}$$



Мал. 10. Енергетичні характеристики процесу плавання

16. Визначаємо кількість гребків на дистанції 400 м по формулі (28) і сумарні енерговитрати спортсмена – за формулою (27)::

$$k = 1100 + 2 \cdot I - N = 1100 + 2 \times 11 - 9 = 1113 \text{ гребків}$$

$$Q = k \cdot Q_T = 1113 \times 138,22 = 153840 \text{ Дж.}$$

17. Розраховуємо середню швидкість плавця на дистанції і знаходимо час проходження ним дистанції 400 м:

$$v = (1,51 + 1,58 + 1,7 + 1,64 + 1,55 + 1,6 + 1,67 + 1,8 + 1,91 + 1,65) / 10 = 16,61 / 10 = 1,661 \text{ м/с;}$$

$$t = 400 / 1,661 = 240,964 \text{ с} \approx 241 \text{ с} = 4 \text{ хв. } 1 \text{ с.}$$

18. Формулюємо висновок:

У результаті проведених досліджень процесу плавання для даного конкретного спортсмена можна констатувати, що найбільший вплив на енерговитрати плавця робить сила інерційного опору, приблизно такий же вплив робить сила тертя і далі по значимості йде сила лобового опору; сила ж опору хвилеутворення є малозначимою.

Розрахунково-графічна робота № 4

Тема: Прогнозування спортивних результатів

I. Короткі теоретичні відомості

На практиці завжди приходиться мати справу з обмеженою кількістю експериментальних даних. У зв'язку з цим результати наших спостережень і їх обробки завжди містять більший чи менший елемент випадковості.

Тому до методики обробки експериментальних даних пред'являються такі вимоги, щоб вона, по можливості, зберігала типові, характерні риси явища, що спостерігається, і відкидала все несуттєве, другорядне, зв'язане з недостатнім обсягом досвідченого матеріалу.

При цьому виникає характерна для математичного моделювання задача представлення експериментальних даних шляхом у найбільш компактному вигляді за допомогою простих аналітичних залежностей (лінійної, параболічної й ін.).

Розрізняють два методи побудови аналітичних залежностей:

- інтерполяція (при цьому використовуються інтерполяційні поліноми);
- апроксимація (у цьому випадку найбільш часто застосовують метод найменших квадратів).

Побудована математична залежність може використовуватися як для отримання оцінок спортивного результату у внутрішніх точках інтервалу спостережень, так і для прогнозу величини спортивного результату за межами цього інтервалу. В останньому випадку ми маємо справу з задачею екстраполяції.

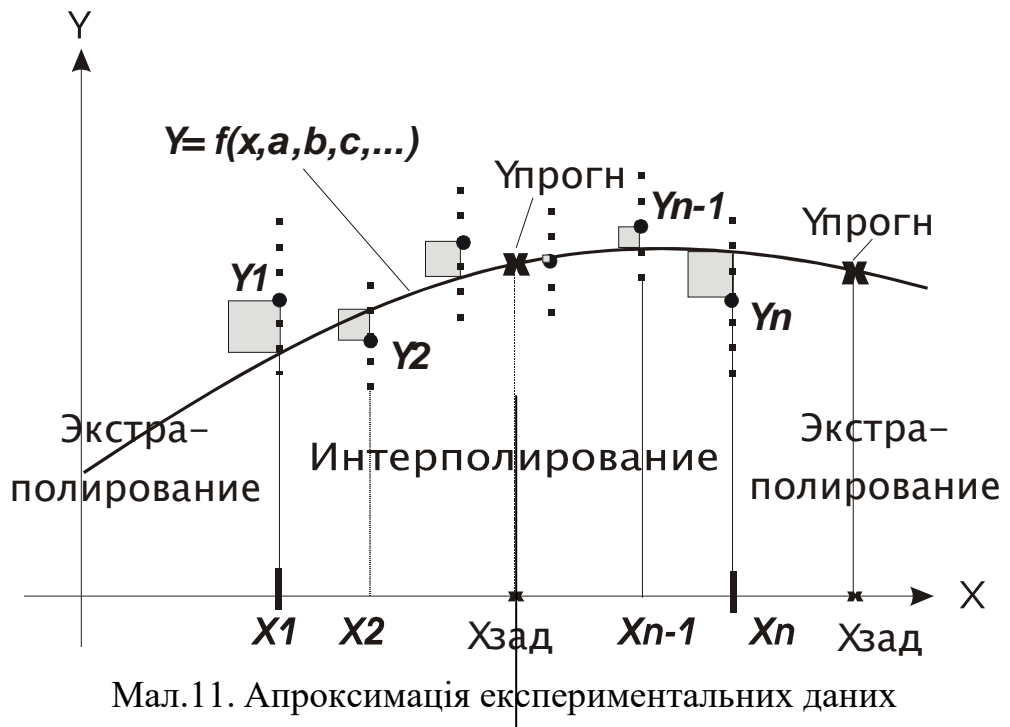
Задача прогнозування результату спортивної дії в даному випадку ставиться наступним чином: функція $y = f(x, a, b, c, \dots)$ задана на інтервалі (x_1, x_n) в n вузлах сітки, тобто у вигляді

значення незалежної змінної x_i	x_1	x_2	\dots	x_{n-1}	x_n
значення функції y_i	y_1	y_2	\dots	y_{n-1}	y_n

Необхідно знайти аналітичний вираз функціональної залежності (тобто вигляд функції $f(x)$ і коефіцієнти a, b, c, \dots) і наближене значення функції $u_{\text{прогн}}$ для значення аргументу $x_{\text{зад}}$, відмінного від вузлів сітки (мал. 11): у середині інтервалу (задача інтерполяції) чи поза інтервалом (задача екстраполяції).

У даній роботі у якості апроксимуючої функції (тобто математичної моделі) будемо використовувати параболу:

$$y = f(x, a, b, c) = a + b \cdot x + c \cdot x^2 \quad (29)$$



У формулі (29) y – головна прогнозована ознака (функція);
 x – фактор, що впливає, (незалежна змінна);
 a, b, c – коефіцієнти, що підлягають визначенню.

Найбільш розповсюдженим методом визначення значень коефіцієнтів математичної моделі є метод найменших квадратів, що формулюється в такий спосіб:

Для найкращого узгодження кривої $y = f(x, a, b, c)$ з експериментальними даними (x_i, y_i) необхідно параметри a, b, c вибрати такими, щоб сума квадратів відхилень експериментальних даних від теоретичних (мал. 11) була мінімальною:

$$S(a, b, c) = \sum_{i=1}^n [f(x_i, a, b, c) - y_i]^2 = \min \quad (30)$$

Необхідною умовою мінімуму функції кількох змінних $S(a, b, c)$ є рівність нулю усіх її часткових похідних:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial c} = 0 \end{cases} \quad (31)$$

Отримана в результаті система називається системою нормальних рівнянь і у нашому випадку має вигляд

$$\begin{cases} n \cdot a + A \cdot b + B \cdot c = E \\ A \cdot a + B \cdot b + C \cdot c = F \\ B \cdot a + C \cdot b + D \cdot c = G \end{cases} \quad (32)$$

де $n = 3$,

$$A = \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$B = \sum_{i=1}^n x_i^2 ,$$

$$C = \sum_{i=1}^n x_i^3 ,$$

$$D = \sum_{i=1}^n x_i^4 , \tag{33}$$

$$E = \sum_{i=1}^n y_i ,$$

$$F = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i ,$$

$$G = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot y_i ,$$

Система (32) є системою лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих a , b , c і може бути вирішена будь-яким відомим методом (підстановки, Крамера, Гаусса та ін.).

Прогнозоване значення результату спортивної дії $y_{\text{прогн}}$ визначається підстановкою в рівняння (29) заданого значення незалежної змінної $x_{\text{зад}}$:

$$y_{\text{прогн}} = a + b \cdot x_{\text{зад}} + c \cdot x_{\text{зад}}^2 , \tag{34}$$

II. Порядок виконання роботи

1. Сформулюйте завдання на прогнозування результату спортивної дії у своєму виді спорту (див. розділ IV даної роботи) і за заданими формулами заповніть відповідні таблиці.

I – порядковий номер, під яким прізвище студента записане в журналі з біомеханіки.

2. Обчисліть значення коефіцієнтів системи нормальних рівнянь: A, B, C, D, E, F, G за допомогою наступної розрахункової таблиці:

Таблиця 12

Обчислення коефіцієнтів системи нормальних рівнянь (28)

№ п/п	x_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	y_i	$x_i \cdot y_i$	$x_i^2 \cdot y_i$
1							
2							
3							
S							
	A	B	C	D	E	F	G

3. Складіть систему (32) з чисельними значеннями коефіцієнтів A, B, C, D, E, F, G і знайдіть значення коефіцієнтів моделі: a, b, c, розв'язавши систему рівнянь будь-яким методом.

4. Запишіть рівняння отриманої математичної моделі в остаточному вигляді.

5. Дати прогноз результатів спортсмена у досліджуваній спортивній дії за допомогою отриманої математичної моделі (34).

6. Побудувати графік отриманої аналітичної залежності $y = f(x)$.

7. Нанесіть на графік задані вхідні табличні дані.
8. Нанесіть на графік результат прогнозування ($x_{\text{зад}}$, $u_{\text{прогн}}$).
9. Оформіть дану роботу аналогічно РГР № 1 - 3.
10. Відповісти на контрольні питання викладача.

III. Приклад виконання роботи

1. Формулюємо завдання (наприклад, для спортивної дії – кидки по кільцю в баскетболі) для студента, прізвище якого записане в журналі з біомеханіки під номером 11 ($I = 11$).

Завдання.

Таблиця експериментальних даних

Кількість кидків по кільцю за 10 с	x_i	6	7	9
ЧСС, ударів / хв	$y_i (I)$	$150 + 0,2I$	$160 + 0,3I$	$180 + 0,3I$
ЧСС, ударів / хв (числові дані)	y_i	152,2	163,3	183,3

Дайте прогноз ЧСС (частоти серцевих скорочень) спортсмена при 10 кидках за 10 с.

2. За формулами, наведеними у середньому рядку таблиці експериментальних даних, підраховуємо значення частоти серцевих скорочень і заносимо їх у нижній рядок таблиці.

3. Обчислюємо значення коефіцієнтів системи нормальних рівнянь A, B, C, D, E, F, G за допомогою наступної розрахункової таблиці 13:

Обчислення коефіцієнтів системи нормальних рівнянь (27)

№ п/п	x_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	y_i	$x_i \cdot y_i$	$x_i^2 \cdot y_i$
1	6	36	216	1296	152,2	913,2	5479,2
2	7	49	343	2401	163,3	1143,1	8001,7
3	9	81	729	6561	183,3	1649,7	14847,3
S	22,0	166,0	1 288,0	10 258,0	498,8	3 706,0	28 328,2
	A	B	C	D	E	F	G

4. Записуємо систему нормальних рівнянь (32) з чисельними значеннями коефіцієнтів A, B, C, D, E, F, G :

$$\begin{cases} 3 \cdot a + 22 \cdot b + 166 \cdot c = 498,8 \\ 22 \cdot a + 166 \cdot b + 1288 \cdot c = 3706,0 \\ 166 \cdot a + 1288 \cdot b + 10258 \cdot c = 28328,2 \end{cases}, \quad (35)$$

5. Розв'язуємо систему лінійних рівнянь (35) відносно коефіцієнтів моделі – a, b, c – способом підстановки.

З першого рівняння системи (35) виражаємо a :

$$a = (498,8 - 22b - 166c) / 3 = 166,27 - 7,33b - 55,33c. \quad (36)$$

Підставляємо отриманий вираз для a у рівняння II і III рівняння системи (35):

$$22(166,27 - 7,33b - 55,33c) + 166b + 1288c = 3706,0.$$

$$166(166,27 - 7,33b - 55,33c) + 1288b + 10258c = 28328,2$$

Після елементарних перетворень отримаємо наступну систему двох рівнянь із двома невідомими

$$\begin{cases} 4,74 \cdot b + 70,74 \cdot c = 48,06 \\ 71,22 \cdot b + 1073,22 \cdot c = 727,38 \end{cases} \quad (37)$$

Далі з другого рівняння системи (37) знаходимо вираз для коефіцієнта b :

$$b = (48,06 - 70,74 \cdot c) / 4,74 = 10,14 - 14,92 \cdot c . \quad (38)$$

Підставляємо отриманий вираз для b у третє рівняння системи (37):

$$71,22 \cdot (10,14 - 14,92 \cdot c) + 1073,22 \cdot c = 727,38$$

Після перетворень отримаємо значення коефіцієнта c : $c = 0,49$.

Підставляючи отримане значення коефіцієнта c в рівняння (38), знаходимо значення коефіцієнта b :

$$b = 10,14 - 14,92 \cdot 0,49 = 2,83$$

Підставляючи отримані значення коефіцієнтів c і b в формулу (36), знаходимо значення коефіцієнта a :

$$a = 166,27 - 7,33 \cdot 2,83 - 55,33 \cdot 0,49 = 118,41$$

6. Записуємо рівняння отриманої математичної моделі в остаточному вигляді:

$$y = f(x, a, b, c) = 118,41 + 2,83 \cdot x + 0,49 \cdot x^2 \quad (39)$$

7. Робимо прогноз результатів у досліджуваній спортивній дії (тобто ЧСС) за допомогою отриманої математичної моделі при $x_{зад} = 10$ кидків за 10с :

$$u_{прогн} = 118,41 + 2,83 \cdot 10 + 0,49 \cdot 10^2 = 195,71 \approx 196 \text{ ударів за хвилину.}$$

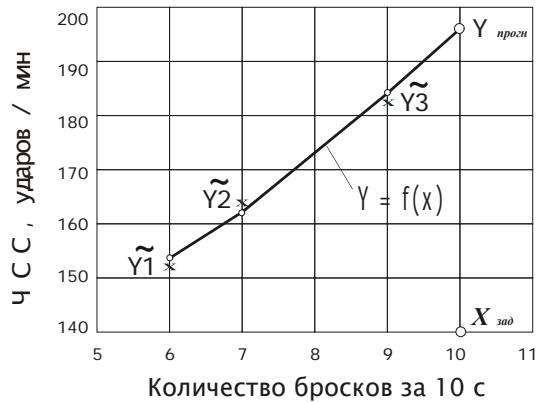
8. Будуємо графік отриманої аналітичної залежності $y = f(x)$ (мал. 12) з допомогою наступної таблиці

Експериментальні і розрахункові дані

Кількість кидків по кільцю за 10 с	x_i	6	7	9	$x_{\text{зад}} = 10$
ЧСС, ударів / хв. (експериментальні дані)	y_i	152,2	163,3	183,3	
ЧСС, ударів / хв. (дані моделі)	$y(x)$	153	162	184	$y_{\text{прогн}} = 196$

9. Наносимо на графік задані вхідні табличні (експериментальні) дані.

10. Наносимо на графік результат прогнозу: $(x_{\text{зад}}, y_{\text{прогн}})$.



Мал. 12. Задані експериментальні дані, побудована модель і результат прогнозу

IV. Завдання по різним видам спорту

1. Легка атлетика (біг)

Середня швидкість, м / с	6,0	6,5	7,0
Частота кроків, 1 / с	$2,6 + 0,01 \times I$	$2,8 + 0,01 \times I$	$3,4 + 0,02 \times I$

Дайте прогноз частоти кроків при середній швидкості бігу 7,5 м / с.

2. Легка атлетика (стрибки в довжину)

Кут вильоту, град	20	22	24
Дальність стрибка, м	$7,8 + 0,05 \times I$	$8 + 0,1 \times I$	$8,5 + 0,05 \times I$

Дайте прогноз дальності стрибка при куті вильоту 25°.

3. Плавання

Частота гребків, од./ хв	30	70	90
Швидкість, м / с	$0,9 + 0,01 \times I$	$1,9 + 0,02 \times I$	$0,3 + 0,01 \times I$

Дайте прогноз швидкості плавання при 50 гребках за хвилину.

4. Плавання

Максимальна сила тяги, Н	100	110	130
Максимальна швидкість, м / с	$0,9 + 0,01 \times I$	$1,9 + 0,02 \times I$	$0,3 + 0,01 \times I$

Дайте прогноз швидкості на дистанції при максимальній силі тяги 120 Н.

5. Веслування

Відносне зусилля на 10 кг маси, Н / кг	18	20	23
Час проходження 100-метрового відрізка дистанції, с	$26 + 0,02 \times I$	$23 + 0,02 \times I$	$22,5 + 0,01 \times I$

Оцініть час проходження відрізка при відносному зусиллі 25 Н на 10 кг маси.

6. Боротьба

Кількість кидків за 10 хв , ед.	6	7	9
Частота серцевих скорочень (ЧСС) , ударів/хв	$150 + 0,2 \times I$	$160 + 0,3 \times I$	$180 + 0,3 \times I$

Оцініть величину ЧСС при десяти кидках в хвилину.

7. Важка атлетика (ривок)

Ріст , см	165	175	180
Максимальна швидкість руху штанги, м с	$1,3 + 0,002 \times I$	$1,33 + 0,002 \times I$	$1,36 + 0,003 \times I$

Дайте прогноз швидкості руху штанги при росту 160 см.

8. Фехтування (рапіра)

Час атаки й уколу з випадам, мс	250	260	265
Довжина випаду, см	$160 + 0,1 \times I$	$180 + 0,2 \times I$	$185 + 0,2 \times I$

Дайте прогноз довжини випаду при часі атаки 270 мс.

9. Велосипедний спорт (гоночна поза)

Швидкість, м / с	2	4	17
Сила лобового опору, н	$26 + 0,02 \times I$	$23 + 0,02 \times I$	$22,5 + 0,01 \times I$

Яка буде сила лобового опору при швидкості 36 км / год ?

10. Гімнастика

Підйом ЗЦМ під час стрибка у висоту з місця зі змахом рук, см	48	50	52
Відносна станова сила на 10 кг маси, Н / кг	$86 + 0,1 \times I$	$89 + 0,1 \times I$	$94 + 0,2 \times I$

Дайте прогноз необхідної станової сили при підйомі ЗЦМ на 55 см.

11. Баскетбол

Час відштовхування, с	0,15	0,17	0,18
Результативність кидків, од.	$36 + 0,2 \times I$	$28 + 0,1 \times I$	$25 + 0,1 \times I$

Яка буде результативність кидків при часі відштовхування 0,16 с ?

12. Футбол

Швидкість бігу, м / с	2	3	4
ЧСС , удар / хв	$100 + 0,5 \times I$	$110 + 0,5 \times I$	$125 + 0,2 \times I$

Дайте прогноз ЧСС при швидкості бігу 18 км / год .

Література

1. Агашин Ф.К. Биомеханика ударных движений / Ф.К. Агашин. – М.: ФиС, 1977. – 190 с.
2. Біомеханіка спорту / Під загальною редакцією А.М.Лапутіна. – К.: Олімпійська література, 2005. – 319 с.
3. Беляєв В.П. “Біомеханічний аналіз техніки веслових видів спорту”. Методичні вказівки для самостійної роботи студентів / В.П. Беляєв, Е.В. Борисов, В.Є. Суріков. – Дніпропетровськ: ДДіФКіС, 2009. – 57 с.
4. Беляєв В.П. Біомеханіка рухових дій тіла спортсмена / В.П. Беляєв, В.Є. Суріков. – Дніпропетровськ: ДДіФКіС, 2015. – 81 с.
5. Беляєв В.П. Збереження положення тіла. Рухи на місці / В.П. Беляєв, В.Є. Суріков. – Дніпропетровськ: ДДіФКіС, 2015. – 52 с.
6. Беляєв В.П. Локомоторні рухи / В.П. Беляєв, В.Є. Суріков. – Дніпропетровськ: ДДіФКіС, 2015. – 49 с.
7. Бочаров, А.Ф. Биомеханика: Учебное пособие [Текст] / А.Ф. Бочаров, Г.П. Иванова, В.П. Муравьев. – СПб. [б.и.]: СПбГАФК им. П.Ф. Лесгафта, 2000. – 74 с.
8. Бранков Г. Основы биомеханики / Г. Бранков. – М.: Мир, 1981. – 191 с.
9. Годик М.А. Контроль тренировочных нагрузок / М.А. Годик. – М.: ФиС, 1988 – 130 с.
10. Донской Д.Д. Биомеханика с основами спортивной техники / Д.Д. Донской. – М.: ФиС, 1971. – 169 с.
11. Донской Д.Д. Биомеханика : Учебник для институтов физической культуры./ Д.Д. Донской, В.М. Зациорский. – М.: ФиС, 1979. – 264 с.
12. Донской Д.Д. Движения спортсмена: Очерки по биомеханике спорта / Д.Д. Донской. – М.: Физкультура и спорт, 1965. – 90 с.
13. Донской Д.Д. Законы движений в спорте: Очерки по структурности движений / Д.Д. Донской. – М.: ФиС, 1968. – 176 с.

14. Дубровский В.И. Биомеханика. Учебник для вузов ф/к / В.И. Дубровский В.И., В.Н. Федорова. – М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2008. – 260 с.
15. Жуков Е.К. Биомеханика физических упражнений / Е.К. Жуков, Е.Г. Котельникова, Д.А. Семенов. – М.: ФиС, 1963. – 260 с.
16. Загrevский В.И. Биомеханика физических упражнений. Учебное пособие / В.И. Загrevский. – Могилев: МГУ им А.А. Кулешова, 2002 с.
17. Задания и методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу “Биомеханика” / Сост. А.И. Навойчик. – Гродно: ГрГУ, 1992. - С. 3-8.
18. Зациорский В.М. Биомеханика двигательного аппарата человека / В.М. Зациорский, А.С. Арутин, В.Н. Селуянов. – М.: Физкультура и спорт, 1981. – 143 с.
19. Иванов В.В. Комплексный контроль в подготовке спортсменов / В.В. Иванов. – М.: ФиС, 1987. – 256 с.
20. Кадочников А.А. Рукопашный бой. Введение / А.А. Кадочников. – Краснодар, Тверь, 2002. – 139 с.
21. Кизилова Н.Н. Методические указания для подготовки к тестированию по курсу “Основы биомеханики” / Н.Н. Кизилова. – Харьков: ХНУ, 2012. – 16 с.
22. Кичайкина Н.Б. Биомеханика: Учебное-методическое пособие [Текст] / Н.Б. Кичайкина, И.М. Козлов, А.В. Самсонова / Под ред. Н.Б. Кичайкиной. – СПб: СПбГУФК [б.и.], 2008. – 160 с.
23. Козлов И.М. Биомеханические факторы организации спортивных движений: монография [Текст] / И.М. Козлов Санкт-Петербургская гос. академия физ. культуры им. П.Ф. Лесгафта – СПб, [б.и.], 1998.– 141 с.
24. Козлов И.М. Практикум по биомеханике / И.М. Козлов. – М.: ФиС, 1980. – 80 с.
25. Коренберг В.Б. Основы качественного биомеханического анализа / В.Б. Коренберг. – М.: Физкультура и спорт, 1979. – 208 с.

- 26.Лапутин А.Н. Биомеханика физических упражнений. / А.Н. Лапутин, В.Е. Хапко.– К.: Рад. Шк., 1986. – 131 с.
- 27.Лейкин М.Г. Эргономическая биомеханика спорта и медицины / М.Г. Лейкин М.Г. – Симферополь: СимфГУ, 1991. – 208 с.
- 28.Назаров В.Т. Биомеханическая стимуляция: явь и надежды / В.Т. Назаров. –Мн., Польша, 1986. – 108 с.
- 29.Назаров В.Т. Движения спортсмена / В.Т. Назаров. – Мн.: Польша, 1984. – 47 с.
- 30.Петров В.А. Механика спортивных движений / В.А. Петров, Ю.А. Гагин. – М.: ФиС, 1974. – 230 с.
- 31.Попов Г.И. Биомеханика: Учебник для студ. высш. учеб. заведений / Г.И. Попов. – М.: Издательский центр "Академия", 2005. – 256 с.
- 32.Практикум по биомеханике / Под общ. Ред. И.М.Козлова. – М.: ФиС, 1080. – 80 с.
- 33.Романенко В.А. Диагностика двигательных способностей. Учебное пособие / В.А. Романенко . – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – 290 с.
- 34.Самсонова А.В. Моторная и сенсорная функции мышц в биомеханике локомоций: монография [Текст] / А.В.Самсонова; Санкт-Петербургский гос. ун-т физ. культуры им. П.Ф.Лесгафта.– СПб: [б.и.], 2007.– 152 с.
- 35.Сотский Н.Б. Биомеханика / Н.Б. Сотский Н.Б. – Мн: БГУФК, 2005. – 132 с.
- 36.Сотский Н.Б. Курс лабораторных работ по биомеханике / Н.Б. Сотский, О.Н. Козловская, Ж.В. Корнеева Ж.В. – Мн.: БГУФК, 2007. – 102 с.
- 37.Уткин В.Л. Биомеханика физических упражнений / В.Л. Уткин. – М.: Просвещение, 1989. – 232 с.
- 38.Уткин В.Л. Измерения в спорте: Введение в спортивную метрологию / В.Л. Уткин. – М.: ГЦОЛИФК, 1978. – 199 с.
- 39.Чхаидзе Л.В. Об управлении движениями человека / Л.В. Чхаидзе. – М.: Физкультура и спорт, 1970. – 103 с.

Зміст

1. Вступ	4
2. Розрахунково-графічна робота № 1	6
3. Розрахунково-графічна робота № 2	16
4. Розрахунково-графічна робота № 3	29
5. Розрахунково-графічна робота № 4	45
6. Література	58